OVERSIGT OVER DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS
FORHANDLINGER. 1911. N° 2.

LUFTARTERS VARMELEDNING OG ACCOMMODATIONS-KOEFFICIENT

AF

MARTIN KNUDSEN

(FORELAGT I MØDET DEN 27. JAN.)

I. Indledning.

Allerede KUNDT og WARBURG[1] henledte Opmærksomheden paa, at naar Varme ledes fra et fast Legeme til en Luftart eller omvendt, maa der findes et Temperaturspring ved det faste Legemes Overflade. Ved den eksperimentelle Paavisning af dette Forhold fandt SMOLUCHOWSKI[2] en større Værdi for Temperaturspringet i Brint end i Luft og udtaler Formodning om, at Brintmolekulerne paa Grund af deres ringe Masse kun udveksler en ringe Del af deres levende Kraft ved Sammenstød med et fast Legemes Molekuler.

Ved en Række eksperimentelle Undersøgelser, som jeg har foretaget over Radiometerkræfter (et absolut Manometer) med det Formaal at finde Loven for Luftmolekulernes Tilbagekastning fra en fast Væg, fandt jeg, at Luftarterne ved meget lave Tryk ikke leder Varmen saa godt, som man skulde vente i Følge den kinetiske Luftteori. Især for Brintens Vedkommende fandtes en betydelig Afvigelse, som jeg ikke kunde

[1] A. KUNDT und E. WARBURG, Ann. d. Phys. **156** p. 177. 1875.

[2] M. SMOLUCHOWSKI RITTER VON SMOLAN, Ann. d. Phys. **64** p. 101. 1898.

forklare paa anden Maade end, at Luftmolekulerne ved at støde mod en fast Væg under de anvendte Forsøgsbetingelser ikke opnaar den Hastighed, som svarer til Væggens Temperatur, naar Luftmolekulerne kommer ind mod Væggen med en anden Hastighed. Dette Resultat syntes mig den Gang at være meget mærkeligt, thi ved en tidligere Undersøgelse over Luftarters molekulare Strømning gennem snævre Rør mente jeg at have konstateret, at den Retning, i hvilken et Molekul tilbagekastes fra en fast Væg, er fuldstændig uafhængig af Indfaldsvinklen. Det laa nær at antage, at denne Lov for Tilbagekastningsretningen havde sin Aarsag i, at Luftmolekulerne trængte et Stykke ind mellem det faste Legemes Molekuler, før de atter blev udsendt (eller med MAXWELL's Udtryk "evaporated"), eller at Luftmolekulerne absorberes i det faste Legeme, før de atter afgives. Den følgende Undersøgelse vil vise, at denne Betragtningsmaade kun er holdbar under Forudsætning af, at der ved et enkelt Stød mellem et Luftmolekul med en vis Energimængde og et enkelt af et fast Legemes Molekuler med en anden Energimængde gennemsnitlig kun foregaar en meget ringe Energiudveksling, saa der skal et betydeligt Antal Stød til, før en kendelig Forandring har fundet Sted i Luftmolekulets Energimængde. Denne Forudsætning synes lidet rimelig, hvorfor det vil være naturligt at antage, at Luftmolekulerne ved at støde mod et fast Legeme gennemsnitlig kun kommer i Vekselvirkning med et enkelt eller nogle faa af det faste Legemes Molekuler, hvorved en ufuldstændig Energiudligning synes lettere forstaaelig. Vi maa saaledes antage, at der ikke foregaar nogen nævneværdig Absorption (eller Adsorption), men at et Luftmolekul ved et enkelt eller nogle ganske faa Stød mod Molekuler af et fast Legeme kan faa sin Hastighedsretning forandret, saa den ovenfor nævnte Lov om Retningerne beholder sin Gyldighed i hvert Fald for saa vidt, som jeg ikke eksperimentelt har kunnet paavise Afvigelser fra den.

Ved en Række Varmeledningsbestemmelser i mange forskellige Luftarter fandt F. Soddy og A. J. Berry[1] den Lovmæssighed, at jo mindre en Luftarts Vægtfylde er, desto mere afviger dens Varmeledningsevne fra den teoretisk bestemte Værdi, hvilket Resultat er ret uafhængigt af den benyttede teoretiske Formel. Disse Forfattere nævner med et vist Forbehold en lignende Forklaring paa Fænomenet, som den ovenfor anførte, men efter et senere Arbejde, af hvilket jeg kun har set et ganske kort Referat, synes denne Forklaring dem uholdbar.

Nu er det en kendt Sag, at man ved Hjælp af den kinetiske Luftteori ikke er i Stand til fuldt ud at gøre Regnskab for Luftarternes Varmeledning ved almindeligt Tryk, og i Følge det ovenstaaende synes det altsaa, som om der ved meget lave Tryk, hvor Teorien dog kunde ventes at blive langt simplere, ogsaa findes Afvigelser mellem Teori og Eksperiment, og at disse Afvigelser kan blive forholdsvis langt større end ved almindelige Tryk. Jeg har derfor stillet mig den Opgave at undersøge, om man tør antage den ovenfor nævnte Forklaring paa Afvigelsen for den rette, og om man kan ændre Forsøgsbetingelserne saaledes, at man faar Overensstemmelse mellem Forsøgsresultater og Teori og eventuelt derigennem finde nogen Lovmæssighed for Hastighedsudvekslingen ved Stødet mellem Luftmolekuler og en fast Væg.

Hr. cand. mag. Sophus Weber har ydet fortrinlig Assistance under hele Arbejdet, hvorfor jeg takker ham. *Carlsbergfondets* Direktion skylder jeg Tak for en Bevilling til Instrumenter.

II. Sammenstilling af Undersøgelsesresultaterne.

a) Ved den kinetiske Teoris Anvendelse paa Varmeoverførelsen gennem Luften mellem to parallele og ulige varme Plader findes under Forudsætning af, at Pladernes Afstand er

[1] F. Soddy and A. J. Berry, Proc. Roy. Society, Series A, Vol. 83, p. 254. 1910.

forsvindende i Sammenligning med Luftmolekulernes Middelvejlængde og Pladernes Dimensioner, at

$$Q = S\tau (T'_1 - T'_2) p\varepsilon$$

hvor Q betyder den overførte Varmemængde i Gramkalorier, S Pladernes Areal i cm², τ Tiden i Sekunder, $T'_1 - T'_2$ Pladernes Temperaturforskel i Celsiusgrader, p Luftens Tryk i Dyn/cm² og ε den molekulare Varmeledningskoefficient, for hvilken Teorien giver Værdien

$$\varepsilon = 43{,}46 \cdot 10^{-6} \frac{\frac{c_p}{c_v} + 1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} \frac{1}{\sqrt{MT}}$$

hvor c_p og c_v er Luftartens Varmefylde henholdsvis ved konstant Tryk og konstant Rumfang. M er Luftartens Molekultal og T Luftens absolute Temperatur, dèr hvor Trykket p maales.

$$\text{Faktoren } 43{,}46 \cdot 10^{-6} = \tfrac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\frac{M}{273\rho_0}}\,\frac{1}{J}$$

hvor ρ_0 er Luftartens Vægtfylde ved 0° og Trykket 1 Dyn/cm², og J er Varmeækvivalentet $J = 4{,}186 \cdot 10^7$.

Man ser af Formlen, at den molekulare Varmeledningskoefficient ε kun afhænger af Luftartens Natur og kun forandres med Trykket, forsaavidt som $\frac{c_p}{c_v}$ gør det. ε er saaledes uafhængig af Pladernes Afstand og Beskaffenhed.

b) Ved den eksperimentelle Undersøgelse findes, at den overførte Varmemængde eller den deraf beregnede tilsyneladende Varmeledningskoefficient ε' i alle Tilfælde er mindre end den Værdi ε, som findes af Teorien. Den tilsyneladende Varmeledningskoefficient ε' findes at forandre sig med de benyttede Fladers indbyrdes Størrelse og deres Beskaffenhed, idet ε' nærmer sig mere og mere til ε, naar Fladernes Ruhed forøges. Under iøvrigt lige Omstændigheder findes ε' at være en meget mindre Brøkdel af ε i Brint end i Ilt og Kulsyre.

c) Teorien modificeres ved Indførelsen af Begrebet Accommodationskoefficienten a, der er Forholdet mellem to Temperaturdifferenser

$$a = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2'}$$

hvor T_1 betyder Temperaturen af den Luftmolekulgruppe, som kommer ind mod en fast Væg, og T_2 betyder Temperaturen af Luftmolekulgruppen, som forlader Væggen, hvis Temperatur er T_2'. Ved Temperaturen af en Molekulgruppe forstaas her den Temperatur, som en Luftmasse bestaaende af Gruppens Molekuler vilde have, hvis Hastighederne uden at forandre Størrelse fordeltes ligeligt i alle Retninger.

d) Har man maalt Accommodationskoefficienten for en given Luftart og en given Overflade, og kaldes den tilsyneladende molekulare Varmeledningskoefficient $\varepsilon' = \varepsilon_{11}$, der er bestemmende for den Varmemængde, der overføres mellem to saadanne plane og parallele Overflader, vil ε_{11} være forbundet med ε ved Ligningen

$$\varepsilon_{11} = \frac{a}{2 - a}\varepsilon.$$

e) Er $a = 1$, der er dens Maksimumsværdi, bliver $\varepsilon_{11} = \varepsilon$. Den molekulare Varmeledningskoefficient ε kan derfor opfattes som den Værdi, mod hvilken den tilsyneladende Værdi ε_{11} konvergerer, naar Fladerne gøres mere og mere ru eller som den molekulare Varmeledningskoefficient for en Luftart mellem absolut ru Overflader.

f) Er Accommodationskoefficienten a for den ene Overflade og 1 for den anden, bliver den tilsyneladende molekulare Varmeledningskoefficient $\varepsilon_{1\infty}$ forbundet med ε ved Ligningen

$$\varepsilon_{1\infty} = a\varepsilon.$$

g) De tre Varmeledningskoefficienter er forbundne ved Ligningen

$$\frac{2}{\varepsilon_{1\infty}} = \frac{1}{\varepsilon_{11}} + \frac{1}{\varepsilon}.$$

h) Den ved Indførelsen af Accommodationskoefficienten modificerede kinetiske Teori anvendes paa Varmeoverførelsen mellem to koncentriske Glascylindre. Teorien fordrer, at den Varmemængde, som den indre Cylinder afgiver, skal blive større paa kendt lovmæssig Maade, naar den ydre Cylinders Diameter forøges i et kendt Forhold, til Trods for, at Tykkelsen af det Luftlag, hvorigennem Varmen ledes, ogsaa forøges derved.

Maalingerne bekræfter Teorien, og a findes for den glatte Glasoverflade og Brint at være $a = 0{,}26$. Den teoretiske Værdi for ε er ved 0° for Brint $\varepsilon = 10{,}968 \cdot 10^{-6}$ gr. cal., hvoraf ε_{11} og $\varepsilon_{1\infty}$ kan beregnes.

i) Accommodationskoefficienten for en porøs Gibsoverflade er omtrent den samme som for en Glasoverflade.

k) Accommodationskoefficienten for en blank og glat Platinoverflade findes af Ligningen $a = \frac{\varepsilon_{1\infty}}{\varepsilon}$, idet Varmeafgivelsen fra en Platintraad, der var udspændt i et vidt Glasrør, maales. For Brint ved 0° findes $a = 0{,}26$.

l) Ved Forsøg med Varmeafgivelsen fra en Wollastontraad findes, at a er uafhængig af Temperaturforskellen mellem Traaden og det omgivende Glasrør. Der udførtes 5 Maalinger med Temperaturforskelle af forskellig Størrelse fra 27° til 134°. De fundne Variationer i a viste ingen nævneværdig Gang, og Maalingerne udførtes med en saadan Nøjagtighed, at Middelafvigelsen fra Middeltallet kun beløb sig til 3 Promille af dette. I det hele taget kunde de tilsyneladende molekulare Varmeledningskoefficienter for tynde Platintraade og Platinbaand maales med overraskende stor Nøjagtighed.

m) Ved Maaling med Wollastontraaden findes med Benyttelse af forskellige Bade, i hvilke Traadens Glashylster nedsættes, at Varmeafgivelsen ved flydende Lufts Temperatur er mere end dobbelt saa stor, som den er ved 0°, svarende til, at den molekulare Varmeledning er omvendt proportional med Kvadratroden af den absolute Temperatur.

n) Accommodationskoefficienten for Brint forøges ved Afkøling fra 0° til — 192° fra 0,350 til 0,423. Dens Temperaturkoefficient er følgelig — 0,001.

o) Luftkølingen for den tynde Wollastontraad (Diameter ca. 0,003 mm.) er meget betydelig ved høje Lufttryk. Ved en Atmosfæres Brinttryk afgiver Traaden ca. 20000 Gange saa megen Varme ved Ledning, som den afgiver ved Straaling.

Varmeafgivelsen fra meget tynde Traade er særlig anvendelig til Trykmaaling.

p) Ved Forsøg med et tyndt blankt men ikke helt glat Platinbaand (Doublé 0,001 mm. tykt) findes ved Stuetemperatur for Brint $a = 0{,}36$. Ved Paaførelse af et tyndt Lag Platinsort bliver a betydelig forøget og næsten fordoblet ved Paaførelse af et tykt Lag Platinsort. For Ilt og Kulsyre er a for det blanke Baand noget over 0,8 og for det stærkt platinerede Baand mangler a kun ca. 4 % i at naa den absolute Maksimumsværdi 1. Idet man betragter Molekulstødene som en ren mekanisk Proces med Tilbagekastningsretninger bestemt efter cosinus-Loven kan en tilsyneladende plan eller konveks Flade næppe opnaa en højere Værdi for a end den, som netop er forefundet for Platinsort i Ilt og Kulsyre. Man kan betragte de forefundne Overensstemmelser som et Tegn paa Teoriens Rigtighed specielt den opstillede Afhængighed mellem den molekulare Ledningsevne og begge Varmefylder c_p og c_v hidrørende fra, at Atomenergi og translatorisk Energi er fordelt uafhængig af hinanden mellem Molekulerne. Maxwells Fordelingslov vises at gælde. De med forskellige Luftarter og ved forskellige Temperaturer udførte Maalinger af a passer i de undersøgte Tilfælde med den Antagelse, at jo større en Luftarts Molekularvægt er, desto større er dens Accommodationskoefficient.

q) En Luftarts Varmeledningskoefficient $\varkappa$ ved høje Tryk kan ventes forbundet med den molekulare Varmeledningskoefficient ved Ligningen

$$\varkappa = k \varepsilon p \lambda$$

hvor k synes at have samme Værdi for de forskellige Luftarter og at være ca. 1,90. p er Lufttrykket i Dyn/cm^2 og λ er Middelvejlængden i cm. ved Trykket p. Af denne Formel følger, at $\varkappa$ ligesom ε ikke alene afhænger af Luftartens Varmefylde ved konstant Rumfang men ogsaa af Varmefylden ved konstant Tryk, idet ε er proportional med $\frac{c_p + c_v}{c_p - c_v}$. For Ilt, Brint og Kulsyre, Helium og Argon passer denne Formel bedre end den, i Følge hvilken Varmeledningen kun skulde afhænge af c_v.

r) Den af WARBURG definerede Størrelse Temperaturspringskoefficienten γ, gældende for Varmeledningen mellem Flader, der er store og hvis Afstande er store i Sammenligning med Middelvejlængden, er forbundet med Accommodationskoefficienten a ved Ligningen

$$\gamma = \frac{2-a}{2a} k\lambda$$

hvor k er ca. 1,9. For Brint og blanke glatte Flader er denne Størrelse ca. 7 Gange saa stor som den Minimumsværdi, naar $a = 1$.

III. Den molekulare Varmeledningsteori for Luftarter mellem absolut ru Overflader.

Et Luftmolekul med Massen m og den translatoriske Hastighed c har den levende Kraft $\frac{1}{2}mc^2$ og desforuden en Energimængde hidrørende fra Atombevægelsen i Molekulerne, hvis det indeholder mere end et Atom. Som det vil fremgaa af det følgende, kan denne Energimængde næppe indføres i Regningen paa samme Maade som Energien, der skyldes den translatoriske Bevægelse, hvorfor vi først vil betragte denne alene.

Vi vil antage, at de to Plader A_1 og A_2 (Fig. 1) er absolut ru (analog med absolut sort overfor Lysstraaler) d. v. s. er saaledes beskafne, at ethvert Luftmolekul, som træffer Overfladen af en af Pladerne, trænger ind i Pladen og tilbagekastes frem og tilbage inde i den et saa stort Antal Gange, at Molekulet, naar det forlader Pladen, har en Middelhastighed svarende til Pladens Temperatur. I saa Tilfælde tør man utvivlsomt gaa ud fra, at Hastighederne af de Molekuler, som forlader Pladen A_1, er fordelte efter Maxwells Lov med en vis Middelhastighed Ω_1, medens de Molekuler, som forlader Pladen A_2, ligeledes er fordelte efter Maxwells Lov men med en anden Midelhastighed Ω_2.

Findes der i Rumfangsenheden mellem Pladerne dN_1 Molekuler med Hastigheder c_1 rettede bort fra Pladen A_1, modtager 1 cm² af Pladen A_2 af saadanne Molekuler $\frac{1}{2} dN_1 c_1$ Stød i Sekundet. Hvis Molekulerne ikke atter kom ud af Pladen, vilde denne derved faa en Energitilvækst dE_1, hvor

$$dE_1 = \tfrac{1}{2} dN_1 c_1 \tfrac{1}{2} m c_1^2, \text{ hvoraf}$$

$$E_1 = \tfrac{1}{4} m \int_{c_1=0}^{c_1=\infty} c_1^3 dN_1 .$$

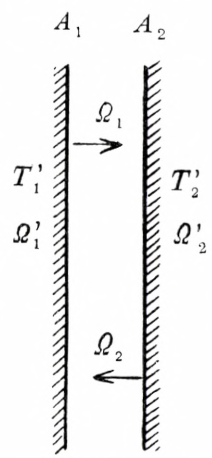

Fig. 1.

I Følge Maxwells Fordelingslov haves $dN_1 = \frac{4N_1}{\sqrt{\pi}\,\alpha_1^3} c_1^2 e^{-\frac{c_1^2}{\alpha_1^2}} dc_1$

og altsaa $\int_{c_1=0}^{c_1=\infty} c_1^3 dN_1 = \frac{4N_1 \alpha_1^3}{\sqrt{\pi}}$, hvor α_1 er den sandsynligste Hastighed, der er forbundet med Middelhastigheden Ω_1 ved Ligningen $\alpha_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Omega_1$, følgelig er $\int_{c_1=0}^{c_1=\infty} c_1^3 dN_1 = \frac{\pi}{2} N_1 \Omega_1^3$ og $E_1 = \frac{\pi}{8} m N_1 \Omega_1^3$. Analogt hermed modtager Pladen A_1 pr. cm² i Sekundet en Energitilvækst E_2, hvor

$$E_2 = \frac{\pi}{8} m N_2 \Omega_2^3 .$$

Denne sidste Størrelse maa være den samme, som afgives derved, at Molekulerne forlader Pladen A_2, hvorfor dennes virkelige Energitilvækst pr. cm² i Sekundet E_T (translatorisk Energi) bliver

$$E_T = \frac{\pi}{8} m (N_1 \Omega_1^3 - N_2 \Omega_2^3).$$

Nu er, som jeg tidligere har vist[1],

$$N_1 \Omega_1 = N_2 \Omega_2 = \tfrac{1}{2} N \Omega,$$

hvor N er Antallet af Molekuler i hver ccm. og Ω Molekulernes Middelhastighed i det Rum, som omgiver Pladerne. Følgelig faar man

$$E_T = \frac{\pi}{16} Nm\Omega (\Omega_1^2 - \Omega_2^2). \tag{1}$$

Nu er $\Omega = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sqrt{\frac{T}{273}} \frac{1}{\sqrt{\rho_0}}$, hvor T er den absolute Temperatur af Luften i det Rum, der omgiver Pladerne, og ρ_0 Luftartens Vægtfylde ved Temperaturen $T = 273°$ og Trykket 1 Dyn/cm². Indsættes dette tilligemed de analoge Udtryk for Ω_1 og Ω_2 i Udtrykket for E_T, faas

$$E_T = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{273 T}}. \tag{2}$$

I denne Formel betyder T_1 og T_2 de absolute Temperaturer af Pladerne A_1 og A_2, T den omgivende Lufts Temperatur. E_T er her angivet i Erg og p i Dyn/cm².

Vi vil nu gaa over til at beregne den Energimængde, som overføres mellem Pladerne paa Grund af, at Molekulerne ikke alene overfører translatorisk Energi men ogsaa Energi, som hidrører fra Atombevægelserne i Molekulerne. Har en given Vægtmængde af en Luftart Molekulenergien e_1 hidrørende fra de translatoriske Bevægelser og Atomenergien e_2, sætter man som bekendt $\frac{e_1 + e_2}{e_1} = k$. Idet c_p og c_v er Varmefylden ved konstant Tryk og konstant Rumfang, bliver $k = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{c_p}{c_v} - 1}$. Man har altsaa $e_2 = (k - 1) e_1$. Hvis man nu heraf turde slutte, at det samme gælder for hvert enkelt Molekul, hvis translatoriske

[1] MARTIN KNUDSEN, Vid. Selsk. Oversigt 1910 Nr. 3 p. 270.

Energi er $\frac{1}{2}mc^2$, vilde dets hele Energi være $\frac{1}{2}mkc^2$, og man behøvede da blot at multiplicere den ovenfor fundne Værdi for E_T med k for at faa den hele ved Varmeledning overførte Energimængde.

Denne Slutning synes migi midlertid ikke berettiget, thi betragter vi to Molekuler, der før et Sammenstød har lige store translatoriske Hastigheder og lige megen Atombevægelsesenergi, kan vi tænke os, at de støder mod hinanden paa en saadan Maade, at deres translatoriske Hastigheder ikke forandres f. Eks. ved et centralt Stød. Der er da ogsaa Mulighed for, at Atombevægelserne bliver uforandrede, men kun Mulighed, thi ved Sammenstød kan Atomerne være orienterede paa mange forskellige Maader i Molekulerne i Forhold til Molekulets Tyngdepunkt og Bevægelsesretning og have meget forskellige Hastigheder, som kun i ganske særlige Tilfælde kan tænkes bevaret uforandret ved Stødet. Ved et Stød som det omtalte vil derfor som Regel foregaa en Forøgelse af det ene Molekuls Atomenergi og en ligesaa stor Formindskelse af det andet Molekuls Atomenergi, selv om de translatoriske Energier er vedblevne at være lige store. Der er med andre Ord ikke længere Proportionalitet mellem den translatoriske Energi og Atombevægelsernes Energi i hvert af de to Molekuler, men vel i begge Molekuler tagne tilsammen.

Den Antagelse, at Forholdet mellem translatorisk Energi og Atombevægelsesenergi skulde være det samme for hvert enkelt Molekul, kunde maaske paa Forhaand synes den simpleste, og da den synes uholdbar, finder jeg det rimeligst at antage, at de to Energiformer er fordelt ganske uafhængig af hinanden mellem de forskellige Molekuler men dog saaledes, at Middelværdien af den ene er proportional med Middelværdien af den anden. I saa Tilfælde bemærkes, at Pladen A_2 modtager $\frac{1}{2}dN_1c_1$ Stød pr. cm² pr. Sekund, og at hvert af de stødende Molekuler gennemsnitlig indeholder den translatoriske Energi $\frac{1}{2}mG_1^2$, hvor G_1^2 er Middelværdien af de enkelte Molekulers

Hastighedskvadrater. Da Atombevægelsernes Energi er lig $(k-1)$ Gange den translatoriske Energi, bliver den for hvert Molekul gennemsnitlig $\frac{1}{2}mG_1^2(k-1)$ og for alle de pr. cm² pr. Sekund stødende Molekuler altsaa $dE_1' = \frac{1}{4}mG_1^2(k-1)c_1 dN_1$, hvoraf

$$E_1' = \frac{1}{4}mG_1^2(k-1)\int_{c_1=0}^{c_1=\infty} c_1 dN_1.$$

Nu er $\int_{c_1=0}^{c_1=\infty} c_1 dN_1 = \Omega_1 N_1$, hvor Ω_1 er Middelhastigheden, og altsaa

$$E_1' = \frac{1}{4}mG_1^2(k-1)\Omega_1 N_1.$$

Paa lignende Maade faas

$$E_2' = \frac{1}{4}mG_2^2(k-1)\Omega_2 N_2\,,$$

hvoraf E_A den overførte Atombevægelsesenergi bliver

$$E_A = \frac{1}{4}m(k-1)(G_1^2\Omega_1 N_1 - G_2^2\Omega_2 N_2).$$

Nu er $N_1\Omega_1 = N_2\Omega_2 = \frac{1}{2}N\Omega$, altsaa

$$E_A = \frac{1}{8}Nm\Omega(k-1)(G_1^2 - G_2^2). \qquad (3)$$

Sættes $\Omega = \sqrt{\frac{\pi}{8}}\sqrt{\frac{T}{273}}\frac{1}{\sqrt{\rho_0}}$ og $G^2 = 3\frac{T}{273}\frac{1}{\rho_0}$, faas

$$E_A = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi}}(k-1)p\frac{1}{\sqrt{\rho_0}}\frac{T_1 - T_2}{\sqrt{273T}}.$$

I Modsætning til den overførte translatoriske Energi E_T kunde Energimængden E_A have været beregnet paa sædvanlig Maade ved Hjælp af de kendte Værdier for Luftarternes Varmefylde ved konstant Rumfang.

Havde jeg ligesom enkelte andre Forfattere benyttet denne Fremgangsmaade til Beregningen af Størrelsen E_T, vilde jeg have fundet en Værdi for E_T, der er nøjagtig $\frac{3}{4}$ af den, som tidligere fandtes ved den konsekvente Hensyntagen til Maxwells Fordelingslov. Heraf fremgaar det klart, at Fordelingsloven spiller en meget væsentlig Rolle ved Beregningen af den overførte Energimængde, og det bliver derfor nødvendigt at gøre sig klart, om Maxwells Hastighedsfordelingslov i det hele taget tør anvendes paa det foreliggende Tilfælde.

Skønt man ikke kan forudsætte, at Maxwells Lov har streng Gyldighed for hver af de to Molekulgrupper, der bevæger sig til og fra den ene af Pladerne, kan man dog let indse, om den giver en tilstrækkelig god Tilnærmelse. For at afgøre dette, har jeg i Fig. 2 givet en grafisk Fremstilling af Loven i nogle konkrete Tilfælde. De enkelte Molekulers Hastigheder c er indført som Abscisse, idet Enheden for Hastigheden er den sandsynligste Hastighed $a_{T=0}$ i en Luftart, der har Temperaturen $T = 0°$ Celsius. Som Ordinat y er Størrelsen $y = \frac{1}{N}\frac{dN}{dc} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{a}\frac{c^2}{a^2}e^{-\frac{c^2}{a^2}}$ anført for to Værdier

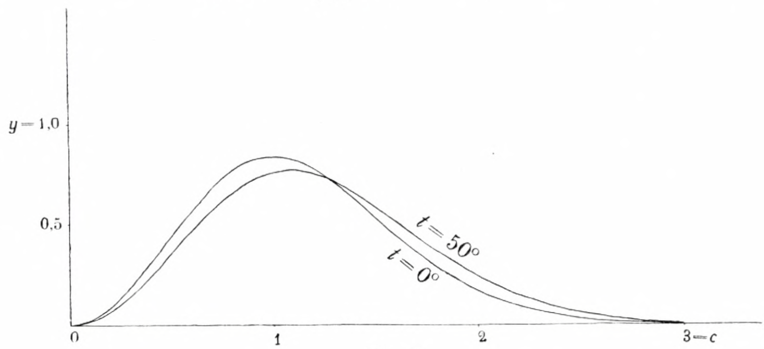

Fig. 2.

af a, nemlig for $a = 1$ svarende til Temperaturen $T = 0°$ Celsius og for $a = 1{,}088$ svarende til Temperaturen $T = 50°$ Celsius. Man faar da de to indtegnede Fordelingskurver, der med de valgte Koordinatenheder begge har Arealet 1.

Man vil lægge Mærke til, at det Areal, som de to Kurver har fælles, er $\frac{11}{12}$, hvilket vil sige, at naar en Luftart opvarmes fra 0° til 50°, vil man kunne betragte Forholdene saaledes, som om kun Brøkdelen $\frac{1}{12}$ af samtlige Molekuler faar deres Hastighed forøget, medens hele Resten beholder deres Hastigheder ganske uforandret. Man kan heraf slutte, at i en Luftart, der befinder sig mellem de to Plader, hvis Temperaturforskel er 50°, maa samtlige Molekulhastigheder være fordelt efter en Lov, der ikke kan afvige væsentlig fra Maxwells, og Hastighederne i hver af de to Molekulgrupper, der bevæger sig til modsatte Sider mellem Pladerne, maa følgelig i endnu mindre Grad afvige fra Maxwells Lov, saa man ved smaa Temperaturforskelle maa kunne se bort fra denne Afvigelse.

Den hele ved Varmeledning gennem Luften overførte Energimængde E bliver altsaa $E = E_1 + E_A$ eller

$$E = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(1+\frac{3}{4}(k-1)\right)p\frac{1}{\sqrt{\rho_0}}\frac{T_1-T_2}{\sqrt{273T}} \text{ eller, da } k = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{c_p}{c_v}-1},$$

$$E = \frac{1}{4}\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}E_T = \frac{1}{4}\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,p\frac{1}{\sqrt{\rho_0}}\frac{T_1-T_2}{\sqrt{273T}}.$$

Udregnes Talfaktorerne og indføres Molekularvægten M i Stedet for ρ_0, faas

$$E = 1819{,}2\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}p\frac{T_1-T_2}{\sqrt{MT}} \text{ (Erg) eller}$$

$$E = 43{,}46\cdot 10^{-6}\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}p\frac{T_1-T_2}{\sqrt{MT}} \text{ (gr. cal.).} \qquad (4)$$

Af Hensyn til den ved Varmestraalingen afgivne Varmemængde og et uundgaaeligt Luftresiduum, kan E vanskelig maales direkte. Derimod kan $\frac{\Delta E}{\Delta p\,\Delta T}$, bestemmes med stor Nøjagtighed. Denne Størrelse vil jeg kalde Luftartens molekulare Varmeledningsevne og betegne med ε. Ovenstaaende Formel giver da

$$\varepsilon = 1819{,}2\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}\frac{1}{\sqrt{mT}} \text{ (Erg)} = 43{,}46\cdot 10^{-6}\frac{\frac{c_p}{c_v}+1}{\frac{c_p}{c_v}-1}\frac{1}{\sqrt{MT}} \text{ gr. cal.).}$$

ndsættes i denne Formel LUMMER og PRINGSHEIM's Værdier for $\frac{c_p}{c_v}$, altsaa for Brint $M = 2$, $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}4084$; for Ilt $M = 32$, $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}3977$; for Kulsyre $M = 44$, $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}2995$, faar man

$$\varepsilon\ \text{(Brint)} \;=\; 10{,}968 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{273}{T}}\ \text{(gr. cal.)}$$

$$\varepsilon\ \text{(Ilt)} \;=\; 2{,}803 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{273}{T}}\quad \text{"}$$

$$\varepsilon\ \text{(Kulsyre)} \;=\; 3{,}045 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{273}{T}}\quad \text{"}\ .$$

IV. Den molekulare Varmeledningsteori for Luftarter mellem ufuldstændig ru Overflader. Accommodationskoefficienten a.

De udførte Forsøg viser, at de overførte Varmemængder er mindre end de beregnede, hvorfor vi antager, at de Molekuler, der forlader den varme Plade, mangler et vist Beløb i at have Hastigheder svarende til den varme Plades Temperatur, hvorimod de Molekuler, der forlader den kolde Plade, har større Hastighed end den, der svarer til den kolde Plades Temperatur. Er Middelhastighederne Ω_1 og Ω_2 i de to Molekulgrupper, der bevæger sig i modsat Retning, og Ω_1' og Ω_2' Middelhastighederne, hvis hver af Grupperne var i Temperaturligevægt med den Plade, som Gruppen forlader, og er $\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = k(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2)$, overgaar Ligningen (1) til

$$E_T' = \frac{\pi}{16} N m \Omega k (\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2).$$

Temperaturforskellen mellem Pladerne $(T_1' - T_2')$ er imidlertid nu ved Ledningen mellem de ufuldstændig ru Flader bestemt ved $\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2$ paa samme Maade, som den ved de absolut ru Flader var bestemt ved $\Omega_1^2 - \Omega_2^2$, hvoraf følger, at

$$E_T' = k E_T,$$

hvoraf følger, at Varmeledningskoefficienten ε_1 mellem de ufuldstændig ru Flader er forbundet med Varmeledningskoefficienten ε mellem absolut ru Flader ved Ligningen

$$\varepsilon_1 = k\varepsilon = \frac{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}{\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2}\,\varepsilon\,.$$

Er Middelhastigheden Ω_1 af de Molekuler, der forlader

Pladen A_1, ikke alene bestemt ved denne Plades Temperatur (Ω_1'), kan den desuden kun tænkes at afhænge af Middelhastigheden Ω_2, som Molekulerne havde før Stødet.

Er denne Afhængighed bestemt ved

$$\Omega_1 = a\Omega_1' + b\Omega_2$$

maa a og b være saaledes beskafne, at Ω_1 bliver lig Ω_2, naar Ω_1' er det. Dette giver $b = 1 - a$, altsaa

$$\Omega_1 = \Omega_2 + a(\Omega_1' - \Omega_2). \qquad (7)$$

Er de to Plader meget store i Forhold til deres Afstand og er deres Overflader ganske ens, maa a være den samme ved Stød mod begge Plader, altsaa

$$\Omega_2 = \Omega_1 + a(\Omega_2' - \Omega_1)$$

Af disse to Ligninger faas ved Addition $\Omega_1 + \Omega_1 = \Omega_1' + \Omega_2'$, af hvilken Ligning jeg tidligere har godtgjort Rigtigheden ved Forsøg[1]. Ved Subtraktion giver de to Ligninger:

$$\Omega_1 - \Omega_2 = \frac{a}{2-a}(\Omega_1' - \Omega_2')$$

Multipliceres denne Ligning med den foregaaende, faas

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = \frac{a}{2-a}(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2)$$

Sammenlignes dette Udtryk med det tidligere anførte, faar man $k = \frac{a}{2-a}$; a vil jeg kalde Accommodationskoefficienten; dens Størrelse ses let at være af afgørende Betydning for den gennem Luften overførte Varmemængde.

Varmeledningskoefficienten mellem to store og ens beskafne Plader vil jeg kalde ε_{11}; den er følgelig bestemt ved Ligningen

$$\varepsilon_{11} = \frac{a}{2-a}\varepsilon. \qquad (8)$$

Af denne Ligning kunde man finde a, naar ε_{11} bestemtes ved Forsøg, medens ε gives den ved Ligning (6) ad teoretisk Vej fundne Værdi, under Forudsætning af, at man var sikker paa Rigtigheden af den opstillede Teori. Størrelsen ε_{11} er imidlertid vanskelig at maale direkte, og desuden har det i det

[1] MARTIN KNUDSEN, Vid. Selsk. Oversigt 1910 Nr. 3 p. 265.

hele taget Interesse at undersøge Formlernes Gyldighed ved at se, om de passer med Forsøg, ved hvilke Accommodationskoefficienten a varieres paa kendt Maade.

Naar et Luftmolekul rammer et fast Legeme, er det muligt, at Molekulet trænger ind mellem det faste Legemes Molekuler og derved faar sin Hastighed forandret, før det atter gaar bort fra Legemet. Har det faste Legeme en saadan Form, at Molekulet, naar det efter at have stødt mod Legemet og atter kommet en kendelig Vejlængde bort fra Overfladen ikke mere kan vende tilbage til Legemet, før det har stødt mod et andet Legeme, vil vi sige, at hvert Molekul gennemsnitlig støder en Gang og kun en Gang mod det først omtalte Legeme, hvor indviklet Stødet end maatte være. Dette vil netop ske i det betragtede Tilfælde, hvor Molekulerne farer frem og tilbage mellem to plane Overflader, hvorfor Varmeledningskoefficienten i dette Tilfælde betegnes med ε_{11}.

Har man derimod givet det ene Legeme Form af en Kugle eller Cylinder, medens det andet omgiver det første, vil alle Molekulerne støde en Gang mod det indvendige Legeme og nogle støde flere Gange mod det udvendige. Er Diametren af den indvendige Kugle eller Cylinder forsvindende lille i Sammenligning med Diametren af den omgivende Kugle eller Cylinder, støder Molekulerne ∞ mange Gange mod denne for hver Gang de støder mod det indvendige Legeme. Heraf følger, at efter Stød mod det indvendige Legeme A_1 har man

$$\Omega_1 = \Omega_2 + a(\Omega_1' - \Omega_2),$$

idet det indvendige Legemes Overflade er af samme Slags som Overfladerne af de to Plader, vi før betragtede. Molekulerne, der kommer ind mod det indvendige Legeme efter uendelig mange Stød mod det udvendige, vil derimod have Hastigheden Ω_2 bestemt ved

$$\Omega_2 = \Omega_2',$$

hvilket giver $$\Omega_1 - \Omega_2 = a(\Omega_1' - \Omega_2').$$

I dette Tilfælde vil man ikke have $\Omega_1 + \Omega_2 = \Omega_1' + \Omega_2'$, men er de to Pladers Temperaturforskel kun lille, saa $\Omega_1 - \Omega_2$ er forsvindende lille i Sammenligning med Ω_1, ses Ligningen at gælde med tilstrækkelig Nøjagtighed, saa man faar

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = a(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2).$$

Er de to Legemers Temperaturforskel ikke lille, faar man det fuldstændige Udtryk

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = a(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2)F,$$

$$\text{hvor } F = \frac{2\frac{\Omega_2'}{\Omega_1'} + a - a\frac{\Omega_2'}{\Omega_1'}}{1 + \frac{\Omega_2'}{\Omega_1'}}.$$

For $a < 1$ og $\frac{\Omega_2'}{\Omega_1'} < 1$ bliver $F < 1$ og kan, naar Ω_1' og Ω_2' gøres ret forskellige, faa en Værdi, som afviger betydelig fra 1. Som det skal vises i den eksperimentelle Del, er F for enhver af de undersøgte Temperaturforskelle konstant lig med 1, hvorfor det bliver naturligt at definere Størrelsen a ved Ligningen

$$\Omega_1^2 = \Omega_2^2 + a(\Omega_2'^2 - \Omega_2^2),$$

hvorved man, naar $\Omega_2 = \Omega_2'$, direkte faar

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = a(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2)$$

gældende med konstant a for enhver Temperaturforskel.

Heraf følger, at Varmeledningskoefficienten $\varepsilon_{1\infty}$ mellem et lille Legeme og et stort omgivende Hylster bliver bestemt ved

$$\varepsilon_{1\infty} = a\varepsilon. \tag{9}$$

Man har altsaa ogsaa $\varepsilon_{1\infty} = (2 - a)\varepsilon_{11}$, medens de tre Varmeledningskoefficienter er forbundne ved Ligningen:

$$\frac{2}{\varepsilon_{1\infty}} = \frac{1}{\varepsilon_{11}} + \frac{1}{\varepsilon}. \tag{10}$$

Vi vil nu atter betragte Varmeledningen mellem 2 koncentriske Cylindre og antage, at de to Cylindres Overflader er ganske ens undtagen med Hensyn til Størrelsen. Accommodationskoefficienten a vil da have samme Størrelse ved Tilbagekastning fra den indvendige Cylinder, som den har ved hver enkelt Tilbagekastning fra den udvendige.

Vi vil nu tænke os det specielle Tilfælde, at Tilbagekastningsretningerne kunde være saaledes bestemt, at ethvert Molekul støder n Gange mod den udvendige Væg mellem to paa hinanden følgende Stød mod den indvendige Væg. I saa Tilfælde vil et Molekul kommende fra den indre Cylinder med Middelhastighedskvadratet Ω_2^2 efter et Stød mod den ydre Cylinder A_1 have Hastigheden Ω_1^2 bestemt ved $\Omega_1^2 = \Omega_2^2 + a(\Omega_1'^2 - \Omega_2^2)$, hvor Ω_1' er den Hastighed, som svarer til det ydre Legemes Temperatur. Den betragtede Molekulgruppe, der nu har faaet Middelhastigheden Ω_1, rammer atter den ydre Cylinder og faar Hastigheden $\Omega_{(2)}$, der er bestemt ved $\Omega_{(2)}^2 = \Omega_1^2 + a(\Omega_1'^2 - \Omega_1^2)$. Efter n saadanne Stød bliver dens Hastighedskvadrat $\Omega_n^2 = \Omega_{n-1}^2 + a(\Omega_1'^2 - \Omega_{n-1}^2)$ eller $\Omega_{(n)}^2 = (1-(1-a)^n)\Omega_1'^2 + (1-a)^n \Omega_2^2$, medens man i Følge Antagelsen har Hastigheden Ω_2, hvormed Molekulerne forlader den indvendige Cylinder, bestemt ved

$$\Omega_2^2 = \Omega_{(n)}^2 + a(\Omega_2'^2 - \Omega_{(n)}^2).$$

Af disse Ligninger findes

$$\Omega_{(n)}^2 - \Omega_2^2 = \frac{1-(1-a)^n}{1-(1-a)^{n+1}}\, a(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2),$$

hvoraf ε_{11} og $\varepsilon_{1\infty}$ fremgaar som specielle Tilfælde, nemlig for $n = 1$ og $n = \infty$.

Kaldes Radius i den indre Cylinder r og i den ydre R, har man, idet den indre Cylinderflades Areal er $\frac{r}{R}$ Gange den ydres, i Følge Loven for Molekulernes Tilbagekastningsretning, at ethvert Molekul, som kommer fra den ydre Flade, har Sandsynligheden $\frac{r}{R}$ for at ramme den indre, og Sandsynligheden $1-\frac{r}{R}$ for at gaa forbi den indre og udføre endnu et eller flere Stød mod den ydre, før den atter rammer den indre, medens alle Molekuler, som forlader den indre, har Vished for at træffe den ydre.

Et Molekul, der kommer fra den ydre Cylinder, har Sandsynligheden x_1 for et og kun et Stød mod den ydre Væg og Sandsynligheden x_2 for to og kun to Stød og x_n for n og kun n Stød mod den ydre Væg, før Molekulet atter træffer den indre Cylinder. Man ser nu, at

$$x_1 = \frac{r}{R}, \quad x_2 = \frac{r}{R}\left(1 - \frac{r}{R}\right),$$

$$x_3 = \frac{r}{R}\left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 \; \ldots . \; x_n = \frac{r}{R}\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1} \; \ldots . \; x_\infty = 0.$$

Overføres en Energimængde proportional med $\Omega_{(n)}{}^2 - \Omega_2^2$ ved at hvert Molekul støder n Gange mod den ydre Væg for hvert Stød mod den indre, bliver den af hele Gruppen med n Stød overførte Energi proportional med $x_n(\Omega_n{}^2 - \Omega_2^2)$ og altsaa den af samtlige Molekuler overførte Energi proportional med $\sum_{n=1}^{n=\infty} x_n(\Omega_n{}^2 - \Omega_2^2)$, hvor n er de hele Tal.

Man finder altsaa, at Varmeledningskoefficienten ε_{rR} mellem de to Cylindre er bestemt ved:

$$\varepsilon_{rR} = \varepsilon \sum_{n=1}^{n=\infty} x_n \frac{1-(1-a)^n}{1-(1-a)^{n+1}} a \quad \text{eller} \tag{11}$$

$$\varepsilon_{rR} = \varepsilon a \frac{r}{R} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1-(1-a)^n}{1-(1-a)^{n+1}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1}$$

$$= \varepsilon a \left(1 - \frac{r}{R} a \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(1-a)^n}{1-(1-a)^{n+1}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1}\right).$$

Bestemmer man nu eksperimentelt ε_{rR} ved to Forsøg, idet man i begge Forsøg bibeholder samme indre Cylinder men forandrer Radius i den ydre, faar man to Ligninger som ovenstaaende, af hvilke a og ε kan findes.

Til denne Regning er nu at bemærke, at det er forudsat, at Maxwells Hastighedsfordelingslov har tilnærmet Gyldighed. At den har det for smaa Temperaturforskelle, indses ved en lignende Betragtning som den tidligere anvendte, men det kan dog bemærkes, at Maxwells Lov ikke kan gælde fuldkommen exakt i ethvert cylinderringformet Rum, hvilket man kan indse paa følgende Maade. Lad os tænke os, at den indvendige Cylinders Overflade er fuldkommen ru, saa at alle Molekuler efter at have stødt mod den udgaar fra den med Hastigheder, der er fordelt exakt efter Maxwells Lov om Middelværdien Ω_1. Lad os dernæst antage, at den ydre Cylinders Overflade er ufuldstændig ru som f. Eks. en Glasflade, og lad os antage, at den har næsten samme Radius som den indvendige Cylinder, saa at man kan forudsætte, at Luftmolekulerne kun støder en Gang mod den ydre Flade for hvert Stød mod den indre. Molekulerne gaar da fra den ydre til den indre Cylinder med en Middelhastighed Ω_2, og hvis man kunde opstille den Regel, at naar de kommer ind mod Fladen med Hastigheder fordelt efter Maxwells Lov, vil de ogsaa forlade Fladen med samme Fordelingslov, hvis de kun støder en Gang, maa Hastighedsfordelingen blive en anden, naar den ydre Cylinder gøres større f. Eks. dobbelt saa stor som den indre. Halvdelen af Molekulerne, som kommer fra den indre Cylinder, vil nemlig da vende tilbage til den efter at have stødt en og kun en Gang mod den ydre Cylinder, og disse Molekulers Middelhastighed vil som ovenfor være Ω_2 og de virkelige Hastigheder fordelt exakt efter Maxwells Lov. En Fjerdedel af Molekulerne vil udføre to Stød mod den ydre Cylinder og faa en anden Middelhastighed end Ω_2, men de virkelige Hastigheder i denne Gruppe vil i Følge Forudsætningen være fordelt efter Maxwells Lov.

Vi faar, som det vil ses, flere Molekulgrupper saaledes beskafne, at Hastighederne indenfor hvert enkelt er fordelt efter Maxwells Lov, men om forskellige Middelhastigheder, og tages alle disse Grupper sammen, maa Maxwells Lov have ophørt at gælde exakt, selv om Molekulantallet var uendelig stort.

De udledte Formler kan derfor kun ventes at have streng Gyldighed under Forudsætning af, at Temperaturforskellen mellem de to Cylindre en forsvindende lille. Som anført har jeg ikke eksperimentelt kunnet konstatere nogen Afvigelse fra Maxwells Fordelingslov.

V. Eksperimentel Bestemmelse af Varmeoverførelsen mellem to koncentriske Cylinderflader.

De første Forsøg udførtes med en indre Glascylinder *AA* Fig. 3 bestaaende af et tyndvægget Glasrør, der var 10,4 cm. langt og 0,681 cm. ydre Diameter. Om Glasrøret var saa regelmæssig som muligt viklet en Spiral af 0,008 cm. tyk Platintraad i 76 Vindinger. Røret med Platintraaden glødedes i Blæseflammen, saa Traaden smeltede fast i Glasset, og der blev draget særlig Omsorg for, at Traaden blev fastsmeltet paa hele sin Længde og saaledes fik en betydelig Berøringsflade med Glasset. Platintraadens Ender svejsedes til andre 0,015 cm. tykke Platintraade, af hvilke den ene førtes gennem Glasrøret. Disse Platintraade var fastsmeltede til Rørets ene Ende og tjente dels som Ophængning for Glasrøret, dels som Tilledning for den elektriske Strøm.

Det saaledes udstyrede Glasrør ophængtes i et videre Glasrør *BB*, hvis indre Diameter i den første Forsøgsrække var 0,93 cm. Foroven var dette Rør indsnævret, og de to Ophængningsplatintraade fastsmeltedes ved *CC* for at sikre sig, at Traadene saa vidt muligt havde samme Temperatur under de forskellige Forsøg.

Efter at Varmeoverførelsen gennem Brint ved lavt Tryk var bestemt med et lignende Apparat, blev den indre Cylinders Overflade og det omgivende Glasrørs Inderflade beklædt med et tyndt Lag Gibs og Varmeoverførelsen bestemt paany. Det syntes, som om den var bleven noget forøget ved Gibsens porøse Overflade, men Forøgelsen var kun ringe og Forsøget gav ikke noget afgørende Resultat. Da det syntes fordelagtigt at kunne forandre Molekultilbagekastningernes Antal fra den ene Overflade paa aldeles bekendt Maade, benyttedes dernæst et Apparat som det beskrevne men uden Gibslag paa følgende Maade.

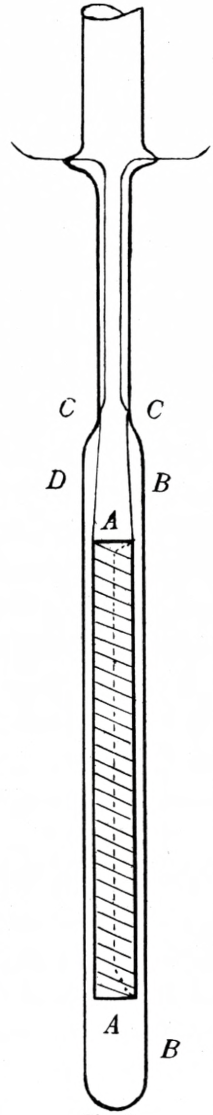

Fig. 3.

Efter at en Forsøgsrække med Brint var udført med Apparatet med de anførte Dimensioner og uden Gibsbeklædning, blev Glasrøret *B* skaaret over ved *D* og erstattet med et andet, hvis indre Diameter var 3,22 cm., og en ny Forsøgsrække udført paa lignende Maade som den forrige, og altsaa med Tilledningstraade og indre Glascylinder ganske uforandrede.

Platintraadspiralens Overflade udgør kun ca. $\frac{1}{16}$ af den indre Cylinders Glasoverflade, og da, som det siden skal vises, Molekulernes Tilbagekastning foregaar fra en blank Platinoverflade som fra Glas, kan man i denne Sammenhæng betragte det indre Glasrørs cylindriske Overflade som værende helt af Glas.

Apparatet er forbundet med en 3 Liters Glasbeholder og med en Gaedepumpe. Mellem Beholderen og Pumpen er indsat en Glasventil af den Slags, som benyttes i Töpler-Hagen's Kvægsølvpumper. Naar man har bragt den ønskede Luftmængde ind i Apparatet, lukkes denne Ventil, og Kvægsølvdampene i Glasbeholder og Apparat fortættes ved at anbringe et lukket Siderør i en Blanding af Kulsyresne og Benzin.

Til at forandre Lufttrykket i Apparatet paa kendt Maade anvendtes et Pipettesystem[1] som det tidligere beskrevne, efter at Rumforholdene var noget forandrede. Trykbestemmelserne kontrolleredes med et Mc. Leods Manometer, og det meget ringe Begyndelsestryk maaltes med et absolut Manometer.

Platintraadspiralen paa det indre Glasrør havde ved 0° en Modstand paa ca. 32 Ohm. Den danner den ene Gren af Wheatstones Bro, saa dens Modstand kan maales og derved dens Temperatur bestemmes. Maalestrømmen tjener tillige til at opvarme det indre Glasrør, og dens Styrke maaltes ved et i Række med Opvarmningstraaden indskudt Præcisions-Milliampèremeter fra SIEMENS & HALSKE.

Apparatet fyldtes med Brint og nedsattes i et Vandbad, hvis Temperatur maaltes med Kvægsølvtermometer, og Platintraadens Modstand bestemtes. Dernæst erstattedes Vandbadet med smeltende Is, og Modstanden bestemtes paany.

Ved de egentlige Forsøg med dette Apparat var det ydre Glasrør nedsat i smeltende Sne, og paa Grund af, at Varmeafgivelsen for det indre Glasrør er saa overordentlig lille ved de meget lave Tryk, kan man med tilstrækkelig Tilnærmelse antage, at det ydre Glasrørs indvendige Overflade samt Platintilledningstraadene ved C har Temperaturen 0°, medens hele det indre Glasrør overalt har samme Temperatur som den opvarmede Platintraadspiral. Glasset er nemlig at betragte som en meget god Varmeleder i Sammenligning med det luftfortyndede Rum, hvorigennem Varmen hovedsagelig transporteres ved Straaling.

Maalingerne udførtes paa den Maade, at Apparatet først udpumpedes saa stærkt som muligt, hvorpaa det afspærredes fra Pumpen og Mc. Leods Manometer ved Ventilen. Kvægsølvdampene fjernedes ved Udfrysning, og Modstanden i Platintraadspiralen maaltes tillige med Strømstyrken, efter at Opvarmningen havde varet saa længe (ca. $\frac{1}{2}$ Time), at Platintraadspiralens Modstand ikke mere forandredes. Dernæst

[1] MARTIN KNUDSEN, Ann. d. Phys. 32 p. 834. 1910.

indførtes en bekendt Luftmængde gennem Pipettesystemet, og en ny Maaling foretoges.

Paa denne Maade fandtes en Række sammenhørende Værdier af Lufttrykket p og den i Sekundet elektrisk udviklede Varmemængde divideret med Temperaturforskellen (ca. 50°) mellem den indre og den ydre Glascylinder. Kaldes denne Varmemængde q, fandtes af Tabellen $\frac{dq}{dp}$ for $p = 0$, der altsaa betyder den Varmemængde, som ved en Temperaturdifferens af 1° Celsius overføres mellem Cylindrene af hver Dyn/cm² af Luftarten. Divideres denne Størrelse med Overfladen af den indre Cylinder, har man altsaa Varmeledningskoefficienten $\varepsilon_{(rR)}$.

Med Brint udførtes Forsøg med hvert af de to ydre Glasrør med forskellig Diameter. I hver af de to Forsøgsgrupper toges en Række paa 10 Maalinger, idet Trykket mellem to paa hinanden følgende Maalinger varieredes med ca. 2 Dyn/cm², og to andre lignende Rækker med større Trykvariationer for hver Luftpaafyldning, nemlig ca. 5 Dyn/cm² og ca. 15 Dyn/cm². Det viste sig, at man af de foretagne Maalinger kunde bestemme ε_{rR} med ret god Nøjagtighed.

Som anført var Temperaturforskellen mellem den indre og den ydre Cylinder ca. 50°, hvilken Størrelse ikke uden videre kan regnes for forsvindende i Sammenligning med de tilsvarende absolute Temperaturer. Der foretoges derfor en Maaling af Differensen ΔQ mellem de Varmemængder, som overføres ved Trykket Δp og i Vakuum ved en Række forskellige Temperaturer ΔT. Der fandtes med det snævreste af de ydre Glasrør:

For Brint

$\Delta p = 5{,}5$ Dyn/cm²

ΔT	$\frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot 10^{-6} \frac{\text{gr. cal.}}{\text{sec.}}$	ΔT	$\frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot 10^{-6} \frac{\text{gr. cal.}}{\text{sec.}}$
46,65	324	16,58	325
36,21	324	9,50	333
27,02	335		

Resultatet af disse Forsøg er altsaa, at Varmeledningen gennem Luften ikke forandres kendeligt, naar Temperaturforskellen formindskes.

Ved de beskrevne Maalinger fandtes følgende Værdier for de tilsyneladende Varmeledningskoefficienter $\varepsilon_{(rR)}$. Af disse er Størrelsen y beregnet, idet $y = \frac{\varepsilon_{(rR_2)} - \varepsilon_{(rR_1)}}{\varepsilon_{(rR_1)}}$. R_1 betyder Radius af det snævre og R_2 Radius af det vide ydre Glasrør:

$$\varepsilon_{(rR_1)} = 1{,}87 \cdot 10^{-6}\,\text{cal.} \qquad \varepsilon_{(rR_2)} = 2{,}45 \cdot 10^{-6}\,\text{cal.} \qquad y = 0{,}31.$$

Man ser, at Varmeoverførelsen pr. Grad, Sekund, Dyn/cm^2, cm^2 tiltager, naar det omgivende Rør gøres videre, og har altsaa i Virkeligheden faaet bekræftet, hvad der var forudset ad teoretisk Vej, at jo mindre Temperaturgradienten gøres ved at forøge Tykkelsen af det Luftlag, hvorigennem Varmen ledes, desto mere Varme gaar der igennem Luftlaget. Man maa dog straks gøre sig klart, at Begrebet Temperaturgradient ikke her kan finde Anvendelse paa lignende Maade, som ved Varmeledning gennem Luftlag, hvis Tykkelse er stor i Sammenligning med Molekulernes Middelvejlængde.

Sætter man i Ligning (11)

$$\frac{r}{R} a \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(1-a)^n}{1-(1-a)^{n+1}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1} = F(a, R),$$

bliver Ligningen

$$\varepsilon_{(r,R)} = \varepsilon a (1 - F(a, R)) \tag{12}$$

og

$$y = \frac{F(a, R_1) - F(a, R_2)}{1 - F(a, R_2)}. \tag{13}$$

I Følge de udførte Maalinger sættes $\frac{r}{R_1} = 0{,}732$ og $\frac{r}{R_2} = 0{,}212$, og indsættes desuden den ved Forsøg fundne Værdi for y, findes a af sidste Ligning og dernæst ε, Luftarternes molekulære Ledningsevne mellem absolut ru Flader, af Ligning (12). I den følgende Sammenstilling er opført de saaledes ad eksperimentel Vej fundne Værdier for a og ε tilligemed den ved kinetiske Teori bestemte Værdi for ε.

Brint. $a = 0{,}26$, ε (iagttaget) $11{,}1 \cdot 10^{-6}$,
ε (kin. Teori) $11{,}0 \cdot 10^{-6}$.

Overenstemmelsen mellem de iagttagne og de ved den kinetiske Teori beregnede Værdier for ε er saaledes tilfredsstillende. I Virkeligheden er den bedre, end man kunde vente, thi Størrelsen y kan ikke bestemmes med nogen stor procentisk Nøjagtighed, da de to Varmeledningskoefficienter $\varepsilon_{(rR_1)}$ og $\varepsilon_{(rR_2)}$ kun er lidet forskellige, og da Strømstyrkerne maaltes med Ampèremeter.

Man maa imidlertid være berettiget til at slutte af Forsøgene, at den opstillede Betragtningsmaade i Hovedsagen er korrekt. Gaar vi ud fra de ved den kinetiske Teori fundne Værdier for ε som rigtige, faar vi altsaa ved Hjælp af Ligningerne (8) og (9) for de tre forskellige Varmeledningskoefficienter i Brint

Ledning mellem absolut ru Overflader	Ledning mellem Glas og absolut ru Flade	Ledning mellem Glas og Glas
$\varepsilon \cdot 10^6$ cal.	$\varepsilon \cdot 10^6$ cal.	$\varepsilon \cdot 10^6$ cal.
10,97	2,90	1,67

Heraf fremgaar det klart, hvilken betydelig Rolle de faste Legemers Overfladebeskaffenhed kan ventes at spille ved den molekulære Varmeledning. Naar et Par absolut ru Overflader erstattes med Glasflader, nedsættes derved Brintens Varmeledning til ca. en Syvendedel. Man vil herefter forstaa, at det ved Varmeledningsforsøg i stærkt fortyndet Luft er ganske nødvendigt at tage Hensyn til saavel Accommodationskoefficienten som til de benyttede Overfladers indbyrdes Størrelse og Form.

VI. Accommodationskoefficientens Temperaturkoefficient.

De Maalinger, som skal omtales i det følgende, blev alle udført med Platintraade eller Platinbaand, der udspændtes i et Glasrør. Glasrørets Temperatur bestemtes ved det Bad, hvori det var nedsænket, Platintraadens eller Baandets Temperatur bestemtes ved den elektriske Modstand, Varmeudviklingen ved Modstand og Strømstyrke i den stationære Tilstand.

Det viste sig ved en Række indledende Forsøg, at Variationen i Lufttrykket kunde foretages med en ganske uventet stor Nøjagtighed, og det var derfor naturligt at foretage de øvrige Maalinger med en Nøjagtighed, som svarer dertil. Ampèremetret, som hidtil havde været anvendt, erstattedes derfor af et Kompensationsapparat, hvormed Spændingsforskellen mellem Tilledningstraadene til Platintraaden eller Platinbaandet maaltes.

Det viste sig, at den Varmemængde, som Traaden eller Baandet afgiver ved Straaling, er saa overordentlig ringe, at selv om Traaden eller Baandet gøres 30 à 100 Tusinde Gange saa langt som tykt, vil den Strækning ved Traadens eller Baandets Midte, hvor Temperaturen kan anses for at være tilstrækkelig konstant, være saa kort, at man ikke kan anse den Varmemængde, som bortledes i Traadens Længderetning, for at være forsvindende paa Steder af Traaden eller Baandet, der ligger i en rimelig Afstand fra hinanden. Den sædvanlige Metode med Anbringelse af Elektroder til Maaling af Spændingsforskellen mellem Steder, der ligger et Stykke fra Traadens eller Baandets Ender, blev derfor opgivet som mindre nøjagtig. Spændingsforskellen blev bestemt mellem selve Traadens Ender, idet der droges Omsorg for, at disse havde en kendt Temperatur, saa man med Nøjagtighed kunde bestemme den Varmemængde, som Traaden taber ved Ledning gennem Enderne. Herved opnaar man desuden den Fordel at kunne benytte meget tynde Traade og Baand.

For at udføre denne Bestemmelse maa man kende det benyttede Platins Varmeledningsevne ved Traadens Temperatur. Det var imidlertid tvivlsomt, om de foreliggende Varmeledningsbestemmelser, der gælder for særlig rent Platin, kunde finde Anvendelse, og da jeg desuden ikke kender nogen Varmeledningsbestemmelse ved flydende Lufts Temperatur, ansaa jeg det for rigtigst at foretage direkte Maalinger og udføre Bestemmelserne i nøje Overensstemmelse med den ved de øvrige Forsøg benyttede Metode. Selv om Maalingerne ikke derved giver saa absolut rigtige Værdier, bliver de dog ganske særlig anvendelige til den Brug, der skal gøres af dem her.

Til Forsøgene benyttedes et Stykke Wollastontraad, udspændt i en lille Platinramme, der indsattes i et Glasrør, som Fig. 4 viser. Rammen var lavet af en 0,5 mm. tyk Platintraad, medens Tilledningstraadene havde en Tykkelse af 0,15 mm. Hvor disse Traade ved *a* og *b* var forbundne med Platinrammen, var saavel denne som de tynde Tilledningstraade fastsmeltede i Glasset for at være sikker paa, at Platinrammen antog det ydre Bads Temperatur. Af samme Grund valgtes Tilledningstraadene saa tynde. At drage særlig Omsorg herfor havde ved nogle forberedende Forsøg vist sig ganske nødvendigt.

Apparatet nedsattes i en Blanding af Is og Vand, og Modstanden i Traaden maaltes ved denne Temperatur. Den fandtes at være 29,495 Ohm. Traadens Længde var ved Udmaaling med Mikroskop fundet at være $L = 0{,}396$ cm. Heraf beregnes Traadens Tværsnitsareal at være $A = 0{,}1401 \cdot 10^{-6}$ cm^2, idet Platinets specifike Modstand ved 0° bestemtes ved Maaling af en længere og tykkere Traad, hvis Dimensioner kunde maales nøjagtig. Under Forudsætning af, at

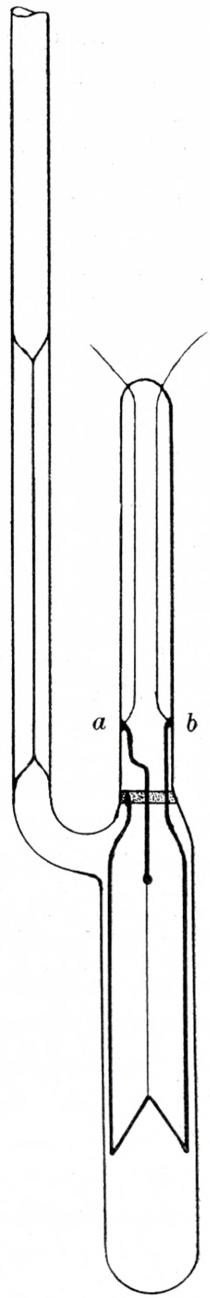

Fig. 4.

Traaden var cylindrisk, beregnes dens Diameter heraf at være 0,000422 cm. og dens Overfladeareal at være 0,000538 cm^2.

Apparatet pumpedes lufttomt, Kvægsølvdampene fjernedes ved Udfrysning, og Wollastontraaden opvarmedes med en elektrisk Strøm. Spændingsforskellen mellem Traadens Ender bestemtes med Kompensationsapparat, idet Tilledningstraadenes Modstand var maalt i Forvejen. Traadens Modstand maaltes ved Wheatstones Bro, da dette havde vist sig bekvemmere end at anvende Kompensationsapparatet ogsaa hertil. Ved Modstanden bestemtes Temperaturen, medens Varmeudviklingen pr. Sekund bestemtes ved Modstand og Spændingsforskel.

Til at give Traaden Middeltemperaturen 26,65°, naar Apparatet var nedsænket i Isvand, behøvedes en Varmeudvikling $0{,}705 \cdot 10^{-6}$ gr. cal. pr. Sec. pr. Grad. Af denne Varmemængde gaar imidlertid en Del bort ved Straaling og ved Ledning gennem den tilbageværende Luft. Denne Varmemængde fandtes ved Forsøg med en ca. 25 Gange saa lang Traad af samme Slags at være $0{,}014 \cdot 10^{-6}$ gr. cal. pr. Sec. pr. Grad. Denne Mængde er altsaa meget lille i Sammenligning med den Varmemængde, som ledes bort gennem Enderne, hvilket yderligere verificeredes ved at forøge Lufttrykket om Traaden med en kendt Værdi. Derved forøgedes den Varmeudvikling, som skulde til for at opretholde Middeltemperaturen, kun ganske ubetydeligt. Den Varmemængde, som bortledes gennem Traadens Ender, findes altsaa at være $q = 0{,}691 \cdot 10^{-6}$. Heraf findes Traadens Varmeledningsevne $\varkappa$ af Formlen $q = 12 \frac{\varkappa A}{L}$.

Apparatet nedsattes dernæst i flydende Luft, og en lignende Bestemmelse foretoges, idet Traadens Middeltemperatur holdtes 31,30° varmere end Badet. Den flydende Lufts Temperatur maaltes med Aræometer at være —193°. Traadens Modstand fandtes at være 8,880 Ohm. Varmeudviklingen pr. Sec. og pr. Grads Temperaturforskel fandtes at være $0{,}565 \cdot 10^{-6}$ gr. cal., medens Korrektionen for Varmetabet ved Straaling og Ledning gennem Luften ved denne lave Temperatur kun beløber sig til $0{,}00052 \cdot 10^{-6}$ gr. cal. Resultatet af Forsøgene blev saaledes:

Platinets Varmeledningskoefficient mell.	0° og 27°	$\varkappa = 0{,}162$
„ „ „	—193° og —162°	$\varkappa = 0{,}133$.

Man ser saaledes, at Platinets Varmeledningskoefficient aftager kendeligt med Temperaturen. Til Sammenligning hermed kan anføres, at Jäger og Disselhorst ved 18° fandt $\varkappa = 0{,}1664$ og ved 100° $\varkappa = 0{,}1733$. Det synes saaledes, som Varmeledningsevnen ved lave Temperaturer aftager hurtigere med Temperaturen end ved høje Temperaturer. Nogen stor Betydning tør man dog ikke tillægge denne isolerede Observation, der kun er udført med det Formaal at kunne korrigere med Sikkerhed for den Varemængde, der bortledes gennem en lang Traads Ender, naar Traaden ganske som den her benyttede er nedsat i et Bad med lav Temperatur. Denne Metode synes mig at være meget anvendelig ved Bestemmelse af Temperaturkoefficienten for Metallers Varmeledning. Til dette Brug vilde man naturligt vælge andre Traaddimensioner.

Ved de i forrige Afsnit omtalte Forsøg bestemtes Luftarternes tilsyneladende molekulære Varmeledningsevne som den Grænseværdi, mod hvilken Forholdet $\frac{\Delta Q}{\Delta p \Delta T}$ konvergerer, naar Lufttrykket p nærmer sig 0. Selv om Trykket p kun forandres nogle faa Dyn/cm² ved hver Luftpaafyldning, finder man dog, at $\frac{\Delta Q}{\Delta p}$ aftager kendeligt med voksende Tryk, da Luftmolekulernes Middelvejlængde nærmer sig til at blive af samme Størrelsesorden som Afstanden mellem de Legemer, mellem hvilke Luftmolekulerne overfører Varmen. Det er imidlertid at vente, at naar Varmen afgives fra en Platintraad, hvis Diameter kun er nogle faa Tusindedele Millimeter, maa det omtalte Forhold kunne holde sig konstant op til ret betydelige Tryk, da Middelvejlængden i saa Tilfælde kan anses for uendelig stor i Sammenligning med Traaddiametren og den hele Luftmasse da kan anses for at have det omgivende Rørs Temperatur, hvilke Dimensioner dette Rør end har. Man har da Sikkerhed for, at praktisk talt alle Molekuler, som træffer Traaden, har en Middelhastighed svarende til det omgivende Rørs Temperatur, idet intet Molekul, som kommer fra Traaden, kan ventes at vende tilbage til denne, før det har stødt et meget stort Antal Gange mod andre Molekuler eller mod den ydre Væg.

Hvad der er udviklet i det teoretiske Afsnit, finder direkte Anvendelse paa dette Tilfælde, og Teorien bliver her særlig simpel, idet man kan betragte de Molekuler, som tilbagekastes fra Traaden, som kommende ud af dennes Overflade efter Lovene for den molekulære Effusion, medens Trykket i Luftmassen ikke forandres kendeligt ved Traadens Opvarmning.

Til det følgende Forsøg benyttedes en Wollastontraad, hvis Længde valgtes saa stor, at den Varmemængde, som bortledes gennem Traadens Ender, kun er en ringe Del af den Varmemængde, som ved Straaling og Ledning gaar bort gennem Traadens Overflade. Længden af den benyttede Traad var $L = 9{,}67$ cm. Traaden anbragtes i en Platinramme med tynde Tilledningstraade paa ganske samme Maade som den Wollastontraad, der benyttedes til Bestemmelse af Platinets Varmeledningsevne.

Røret, som førte fra Apparatet til Pumpe, Pipettesystem og Manometer, var paa et Stykke indsnævret til en Diameter af 0,053 cm., for at man med større Sikkerhed kunde korrigere for det termiske Molekulartryk, der beløb sig til næsten Halvdelen af det maalte Tryk, naar Apparatet nedsattes i flydende Luft.

Traadens Temperatur bestemtes af dens Modstand, efter at Maalinger med 1 cm. Brinttryk i Apparatet ved Bade af forskellige Temperaturer havde givet en Række Værdier for Modstanden ved forskellige Temperaturer.

Der udførtes Forsøg med Brint, idet der som ydre Bade benyttedes en Blanding af Is og Vand, en Blanding af Kulsyresne og Benzin og endelig flydende Luft.

Trykkene p_t bestemtes ved det tidligere beskrevne Pipettesystem. Begyndelsestrykket sattes lig 0, da Kendskabet til dets absolute Størrelse kun har ringe Betydning. Det har for øvrigt været meget lille, da Kvægsølvdampene i alle Forsøg blev udfrosne ved at sætte et Siderør ned i en Blanding af Kulsyresne og Benzin. Ved en enkelt Lejlighed maaltes Trykket med det absolute Manometer at være 0,1 Dyn/cm^2.

Da Apparatet ikke har samme Temperatur som Omgivelserne, vil Lufttrykket omkring Traaden imidlertid være et andet end det, der bestemmes ved Pipettesystemet, da det termiske Molekulartryk bevirker et Trykfald i det snævre Forbindelsesrør, hvor Temperaturfaldet finder Sted. Trykket i Apparatet p_t ved den absolute Temperatur T_1 beregnes af det ved Temperaturen T_2 maalte Tryk p_{t_2} af Formlen

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \frac{dT}{T}.$$

I denne Formel sættes $2R = 0{,}053 =$ Diametren af det snævre Rør, i hvilket Temperaturovergangen fandt Sted. Middelvejlængden λ_{pT} ved Trykket p og Temperaturen T kan, idet λ_0 er en Konstant, sættes lig med

$$\lambda_{pT} = \lambda_0 \eta_T \sqrt{T} \frac{1}{p}.$$

I dette Udtryk har imidlertid $\frac{\sqrt{T}}{p}$ tilnærmelsesvis samme Værdi paa ethvert Sted af Røret, hvoraf følger, at Middelvejlængden kan sættes ligefrem proportional med Koefficienten η_T for den indre Gnidning ved Temperaturen T.

Heraf fandtes $\lambda_{-78,7^\circ} = \lambda_{15^\circ} \frac{760}{877}$ og $\lambda_{-194^\circ} = \frac{374}{877} \lambda_{15^\circ}$, medens λ_{15° for Brint sattes lig med $20{,}0/p_t$, hvor p_t er det ved Pipettesystemet bestemte Tryk, som ogsaa findes i den øverste Ende af det snævre Rør, idet Apparatets Rumfang var forsvindende lille i Sammenligning med det ca. 3 Liters Rum, hvormed det stod i Forbindelse. Ved Integrationen af Udtrykket for $\frac{dp}{p}$ sattes λ konstant og lig med Middeltallet af dens Værdi ved 15° og den Størrelse, som den saaledes er fundet at have i det snævre Rørs nederste og kolde Del. Integrationen giver da

$$\frac{p_{t_1}}{p_{t_2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2}\,\frac{1}{1+\frac{2R}{\lambda}}},$$

hvor $\frac{2R}{\lambda} = 0{,}00284\,p_{t_2}$, naar Badet bestaar af Kulsyresne, og $\frac{2R}{\lambda} = 0{,}00371\,p_{t_2}$, naar Badet bestaar af flydende Luft.

En tilsvarende Formel benyttedes, da Badet bestod af en Blanding af Is og Vand, men i dette Tilfælde beløb Korrektionen sig kun til ca. 3 % af Værdien.

Den i Traaden udviklede Varmemængde Q gr. cal./Sec. bestemtes af Formlen $Q = \frac{e^2}{4{,}186\,w}$, hvor e er den ved Kompensationsapparatet maalte Spændingsforskel efter Fradrag af Spændingstabet i Tilledningstraadene, w er Traadens Modstand, der holdtes konstant i hver Forsøgsrække. En Del Q_2 af den saaledes fundne Varmemængde gaar imidlertid bort gennem Traadens Ender og maa derfor trækkes fra for at finde den Mængde Q_1, der gaar bort ved Straaling og Ledning gennem Luften.

En simpel Regning viser, at naar Middelværdien af Forskellen mellem Traadens og Omgivelsernes Temperaturer er Δt° (idet Traadens Temperatur er forskellig paa forskellige Steder), og naar Varmemængden Q_2 bortgaar gennem Enderne, vil Q, Q_1 og Q_2 være forbundet ved Ligningerne

$$\frac{Q}{\varDelta t} = \frac{cx^2}{1 - \frac{1}{x}\,\mathrm{Tg}\,x}\,; \quad \frac{Q_1}{\varDelta t} = cx^2\,; \quad \frac{Q_2}{\varDelta t} = cx^2 \frac{\frac{1}{x}\,\mathrm{Tg}\,x}{1 - \frac{1}{x}\,\mathrm{Tg}\,x}\,.$$

I disse Udtryk er c bestemt ved Traadens Længde L, Tværsnit A og Varmeledningskoefficient $\varkappa$, idet $c = \frac{4A}{L}\varkappa$, x er en Hjælpestørrelse, der kan elimineres af Ligningerne. $\mathrm{Tg}\,x$ er den hyperbolske Tangens af x.

Ved Hjælp af disse Ligninger er Q_1 fundet af de observerede Værdier for Q, idet de kendte Værdier for Traadens Varmeledningskoefficient og Dimensioner indsattes. Tværsnitsarealet fandtes af Længde og Modstand. Korrektionen kan, som det vil ses af Tabellerne, i et enkelt Tilfælde beløbe sig til ca. $\frac{1}{3}$ af den udviklede Varmemængde, men til Gengæld kan Korrektionen udføres med stor Sikkerhed. I de fleste Tilfælde er Korrektionens Størrelse mellem 5 og 10 % af de observerede Værdier og giver derfor ikke Anledning til nævneværdig Fejl.

I de følgende Tabeller er i første Kolonne under p_t opført de ved Pipettesystemet bestemte Tryk. I næste Kolonne er opført de Tryk, som heraf beregnes at have været i Apparatet, og i hvilke Varmeledningen er foregaaet. Under $\frac{Q}{\varDelta t}$ den ved den elektriske Strøm udviklede Varmemængde i gr. cal. pr. Sec. divideret med Middelværdien af $\varDelta t$ af Temperaturforskellen mellem Traaden og det omgivende Bad. Da Platintraadens Modstand forandrer sig praktisk talt proportionalt med Temperaturen, faar man netop Traadens Middeltemperatur bestemt ved Modstanden. Under $\frac{Q_1}{\varDelta t}$ er opført den for Afledningen gennem Traadens Ender korrigerede Varmemængde. I sidste Kolonne er Størrelsen $\frac{\varDelta Q_1}{\varDelta t \varDelta p}$ opført, idet $\varDelta Q_1$ og $\varDelta p$ er Differenserne mellem to paa hinanden følgende Værdier af afgiven Varmemængde og af Trykmaalinger.

B r i n t f y l d n i n g. Temperaturen af det ydre Bad 0° Celsius. Temperaturforskellen mellem Platintraaden og Badet $\Delta t = 103{,}4$, $\frac{2R}{\lambda} = 0{,}00265\, p_{18}$, $L = 9{,}67$ cm., $A = 10^{-6} \cdot 0{,}1122$ cm^2, $\varkappa = 0{,}167$.

p_t $t = 18°$	p_t $t = 0°$	$\frac{Q}{\Delta t} 10^6$	$\frac{Q_1}{\Delta t} 10^6$	$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} 10^6$
Dyn./cm^2	Dyn./cm^2	$\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	$\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	
0	0	0,352	0,295	
7,16	6,94	0,729	0,648	0,0509
14,26	13,83	1,098	1,001	0,0511
21,30	20,68	1,463	1,351	0,0512
28,29	27,48	1,824	1,700	0,0513
35,23	34,24	2,182	2,047	0,0512
42,12	40,96	2,539	2,394	0,0517
48,95	47,64	2,894	2,739	0,0517
55,74	54,27	3,242	3,078	0,0511
62,46	60,86	3,587	3,415	0,0512
69,15	67,41	3,930	3,749	0,0510

Middel ..... 0,0512 ± 0,00008

B r i n t f y l d n i n g. Temperaturen af det ydre Bad —79,5° Celsius. Temperaturforskellen mellem Platintraaden og Badet $\Delta t = 94{,}2°$, $\frac{2R}{\lambda} = 0{,}00284\, p_{18°}$, $L = 9{,}67$ cm., $A = 10^{-6} \cdot 0{,}1122$ cm^2, $\varkappa = 0{,}148$.

p_t $t = 18°$	p_t $t = -79{,}5°$	$\frac{Q}{\Delta t} 10^6$	$\frac{Q_1}{\Delta t} 10^6$	$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} 10^6$
Dyn./cm^2	Dyn./cm^2	$\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	$\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	
0	0	0,137	0,101	
7,02	5,75	0,539	0,474	0,0649
13,99	11,50	0,936	0,852	0,0658
20,90	17,24	1,327	1,228	0,0655
27,76	22,98	1,717	1,605	0,0657
34,57	28,71	2,105	1,981	0,0656
41,33	34,43	2,489	2,355	0,0654
48,04	40,14	2,868	2,724	0,0646
54,69	45,84	3,252	3,099	0,0658
61,29	51,52	3,628	3,467	0,0648
67,85	57,18	4,005	3,836	0,0652

Middel ..... 0,0653 ± 0,00014

Brintfyldning. Temperaturen af det ydre Bad $-192°$ C. Temperaturforskellen mellem Platintraaden og Badet $\Delta t = 96{,}8°$, $\frac{2R}{\lambda} = 0{,}00371\, p_{15°}$, $L = 9{,}67$ cm., $A = 10^{-6} \cdot 0{,}1122$ cm^2, $\varkappa = 0{,}138$.

p_t $t = 15°$ Dyn./cm²	p_t $t = -192°$ Dyn./cm²	$\frac{Q}{\Delta t} 10^6$ $\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	$\frac{Q_1}{\Delta t} 10^6$ $\frac{\text{gr. cal.}}{\text{Sec. Grad}}$	$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} 10^6$
0	0	0,036	0,014	
				0,1136
14,61	7,88	0,992	0,909	
				0,1142
29,11	15,96	1,947	1,832	
				0,1138
43,50	24,21	2,911	2,771	
				0,1146
57,77	32,61	3,895	3,734	
				0,1137
71,94	41,17	4,887	4,707	
				0,1153
86,01	49,85	5,906	5,708	
				0,1133
99,96	58,64	6,918	6,704	
				0,1121
113,81	67,54	7,931	7,702	
				0,1119
127,55	76,52	8,949	8,707	
				0,1125
141,19	85,59	9,983	9,727	
			Middel	$0{,}1135 \pm 0{,}00034$

Man vil i disse Tabeller lægge Mærke til, at Korrektionen for det termiske Molekulartryk er af den allerstørste Betydning, idet $p_{-192°}$ kun er ca. halvt saa stor som de observerede Tryk $p_{15°}$. Ved Sammenligning af Kolonnerne for $\frac{Q}{\Delta t}$ og $\frac{Q_1}{\Delta t}$ ser man, hvilken Indflydelse Korrektioner for Varmeafledningen gennem Traadens Ender har haft. Værdierne for $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p}$, som er opført i sidste Kolonne, viser en ganske fortrinlig indbyrdes Overensstemmelse, idet Middelafvigelsen kun er $1\frac{1}{2}$ à 3 Tusindedele af Middelværdien, og de smaa forekommende Uregelmæssigheder kan uden Vanskelighed forklares ved Temperaturvariationer, som under Forsøgenes Udførelse er forekomne i det ret omfangsrige Apparat med Manometer og Pipettesystem. Der synes i det hele taget ikke at være nogen Usikkerhed ved den nøjagtige Afmaaling af meget smaa Luftmængder, og der er efter dette neppe nogen Tvivl om, at man kan arbejde med ligesaa stor procentisk Nøjagtighed med Luftmængder, hvis Tryk kun er en Milliontedel Atmosfære, som med Luftmængder under Atmosfæretryk. Man maa naturligvis sørge for, at de benyttede Glasapparater er rene og tørre.

Af de fundne Værdier for $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p}$ vilde man finde $\varepsilon_{1\infty}$ ved Division med Størrelsen af Traadens Overflade O. Denne kan imidlertid, da Traaden er saa tynd, ikke maales med tilstrækkelig Nøjagtighed, og en Bestemmelse ved Traadens Længde og dens elektriske Modstand giver heller ikke tilstrækkelig Nøjagtighed, da Traaden set under Mikroskop synes at afvige en Del fra den cirkulære Cylinderform. Idet man sætter $\varepsilon_{1\infty} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \frac{1}{O}$, ser man, at $\varepsilon_{1\infty}$ vokser stærkt med aftagende Temperatur. Dette er i god Overensstemmelse med Teorien, ved hvilken det blev fundet, at den molekulære Ledningsevne mellem absolut ru Overflader kunde sættes lig med $\varepsilon = 10{,}968 \cdot 10^{-6}\sqrt{\frac{273}{T}}$, hvor T er den absolute Temperatur af det Legeme, ved hvis Overflade Lufttrykket er bestemt, i dette Tilfælde det omgivende Glasrør.

I efterfølgende Sammenstilling er for de tre forskellige Temperaturer opført de iagttagne Værdier for $\varepsilon_{1\infty}$ og de af Teorien beregnede Værdier for ε samt $\frac{\varepsilon_{1\infty}}{\varepsilon} = a$, der er den Størrelse, som kaldtes Accommodationskoefficienten.

Temperatur	$\varepsilon_{1\infty} \cdot 10^{-6}$	$\varepsilon \cdot 10^{-6}$	aO	a	a
0°	0,0512/O	10,97	0,00467	0,350	
					—0,00093
—79,5°	0,0653/O	13,03	0,00501	0,376	
					—0,00108
—192°	0,1135/O	20,13	0,00564	0,423	

Som det senere skal vises, er Accommodationskoefficienten for Brint og en Wollastonplade ved 19,2° $a = 0{,}3575$. Heraf findes, at ved 0° er $a = 0{,}350$. Overføres denne Værdi paa Wollastontraaden, findes dennes Overflade at være $O = 0{,}01334$. Denne Værdi synes ret rimelig, da Modstandsbestemmelsen gav den lavere Grænseværdi $O = 0{,}0115$ cm². Af den saaledes fundne Række Værdier for a ser man, at Accommodationskoefficienten vokser, naar Temperaturen aftager. Det synes, som om den ved lave Temperaturer vokser hastigere end ved høje, hvilket vel var at vente, thi sammenholder man de her anførte Værdier for a med de for Ilt og Kulsyre fundne, synes det, som om man kan opstille den almindelige Regel, at jo større Molekulhastighed en Luftart har, desto mindre er dens Accommodationskoefficient ved Berøring med en given Overflade.

For Temperaturer, der er højere end flydende Lufts Temperatur, kan man som første Tilnærmelse sætte Forandringen i a proportional med Temperaturforandringen. Sætter vi saaledes

$$a_t = a_0(1 + \alpha t),$$

faar α de i Tabellen opførte Værdier, idet den første er bestemt for Intervallet 0°, —79,5° og den anden for Intervallet 0°, —192². Man ser, at Temperaturkoefficienten for a er ca. 1 %, og at de to Værdier ikke er synderlig forskellige. At Formlen skulde kunne finde Anvendelse ved meget lavere Temperaturer end de her benyttede, er der neppe Anledning til at tro. Derimod kan man sikkert uden synderlig Fejl anvende den i Intervallet 0° til 100°.

Det er ikke helt uden Interesse at sammenligne de Varmemængder, som Traaden har afgivet i Vakuum. Sætter man i Følge Stefan's Lov for $p = 0$

$$Q_1 = C(T_1'^4 - T_2'^4),$$

har man for Konstanten C for det absolut sorte Legeme og med Benyttelse af de Enheder, som er anvendt i Tabellerne, $C = 1{,}27 \cdot 10^{-12}$. Til Sammenligning hermed fandtes følgende Værdier for C ved de absolute Temperaturer T_1' og T_2'.

T_1'	T_2'	$C \cdot 10^{12}$
377,2	273	0,158
287,7	193,5	0,131
177,8	81	0,109

Ved 100° er Platinets Udstraaling altsaa ca. $\frac{1}{8}$ af det absolut sorte Legemes, medens Tabellen ved den laveste Temperatur giver $\frac{1}{12}$ for dette Forhold. Den første Værdi for Forholdet synes meget rimelig, da Overfladen af en Wollastontraad neppe er helt glat, men den sidste Værdi synes afgjort at være for stor. Da Apparatet var nedsænket i flydende Luft, var for $p = 0$ $\frac{Q_1}{\Delta t} = 0{,}0144 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cal.}}{\text{sec.}}$. I Sammenligning hermed bevirker et Brinttryk paa 1 Dyn/cm² en Varmeafgivelse paa $0{,}1135 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cal.}}{\text{sec.}}$, hvoraf man ser, at et Brinttryk paa $\frac{1}{10}$ Dyn/cm² vilde have været tilstrækkeligt til at bevirke næsten hele det forefundne Varmetab ved det Tryk, som er kaldt 0, men som man altsaa i denne Sammenhæng neppe har været berettiget til at se bort fra. Man ser heraf, hvor nødvendigt det er at maale Lufttrykket ved Straalingsbestemmelser ved lave Temperaturer.

VII. Accommodationskoefficientens Betydning i den kinetiske Luftteori.

Som omtalt i det teoretiske Afsnit savner man Forudsætninger for at kunne afgøre, om Accommodationskoefficienten a, der maales som et Forhold mellem afgivne Varmemængder, vil indgaa i Teorien som et konstant Forhold mellem Molekulernes Hastighedsdifferenser eller paa anden Maade.

For at besvare dette Spørgsmaal ad eksperimentel Vej anstilledes en Forsøgsrække med det i forrige Afsnit beskrevne Apparat, idet Wollastontraaden opvarmedes til forskellige Temperaturer, medens Lufttrykket holdtes konstant. Ved disse Forsøg var Apparatet omgivet af smeltende Is. Temperaturdifferensen mellem Traaden og Badet er i den følgende Tabel betegnet med Δt. I Rækkerne $\frac{Q_1}{\Delta t} 10^6$ er anført de afgivne Varmemængder divideret med Temperaturdifferensen og korrigerede for den Varmemængde, som ledes bort gennem Traadens Ender.

	$\Delta t =$	$26{,}79°$	$53{,}59°$	$80{,}39°$	$104{,}22°$	$134{,}00°$
Ved $p =$ ca. 7 Dyn/cm²	$10^6 \frac{Q_1}{\Delta t} =$	0,544	0,581	0,624	0,670	0,739
Ved $p =$ ca. 50 Dyn/cm²	$10^6 \frac{Q_1}{\Delta t} =$	2,633	2,678	2,716	2,758	2,818
	Differens $=$	2,089	2,097	2,092	2,088	2,079

Man vil se, at disse Differenser ikke viser nogen nævneværdig Gang. Middelafvigelsen fra deres Middelværdi beløber sig til ca. 3 ‰ af denne.

Man kan følgelig med fuld Ret antage, at Accommodationskoefficienten a er en Størrelse, der er uafhængig af Temperaturdifferensen, naar den bestemmes som Forholdet mellem den Varmemængde, som Luften bortleder fra Traaden, og den Mængde, som den vilde bortlede, hvis Traadens Overflade var fuldstændig ru. a er følgelig i den kinetiske Teori bestemt som et Forhold mellem Hastighedskvadratsdifferenser. At a som konstant Værdi ikke kan opfattes som det tilsvarende Forhold mellem Hastighedsdifferenser, vil man se af den i det teoretiske Afsnit anførte Formel

$$\Omega_1^2 - \Omega_2^2 = a(\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2)F,$$

hvor $$F = \frac{2\frac{\Omega_2'}{\Omega_1'} + a - a\frac{\Omega_2'}{\Omega_1'}}{1 + \frac{\Omega_2'}{\Omega_1'}},$$

som maatte gælde under Forudsætning af, at $a = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1' - \Omega_2'}$ var en Konstant. Indsættes de til Temperaturerne 27° og 134° svarende Værdier for Ω_1' og den til Temperaturen 0° svarende Værdi for Ω_2', og sættes $a = 0{,}3$, faar man for

$$\Delta t = 27°, \quad \frac{\Omega_2'}{\Omega_1'} = 0{,}95 \quad \text{og} \quad F = 0{,}98,$$

$$\Delta t = 134°, \quad \frac{\Omega_2'}{\Omega_1'} = 0{,}82 \quad \text{og} \quad F = 0{,}92.$$

Havde den anførte Formel været rigtig, skulde Forholdet $\frac{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}{\Omega_1'^2 - \Omega_2'^2}$ altsaa være fundet 6 % lavere ved den største Temperaturforskel end ved den mindste, og saa stor systematisk Aftagen findes, som man vil se, ikke i den i Tabellen opførte Række Differenser. Forsøgene har saaledes bekræftet, hvad man maaske paa Forhaand vilde have været tilbøjelig til at vente.

VIII. Varmeafgivelsen fra meget smaa Legemer ved højere Tryk.

For at de i det teoretiske Afsnit udviklede Formler for den molekulære Ledningsevne skal have Gyldighed for en Traad, der er anbragt i et videre Glasrør, kræves kun, at Traadens Diameter er forsvindende i Sammenligning med Middelvejlængden, medens dennes Forhold til Rørdiametren er uden Betydning. Man kan derfor vente, at efterhaanden som Trykket forøges, vil Varmeafgivelsen vedblive at forøges op til saa høje Tryk, at Middelvejlængden bliver lille i Sammenligning med Traadens Diameter.

For at prøve dette Forhold maaltes Varmeafgivelsen til den omgivende Luft (Brint) med den i det foregaaende beskrevne Wollastontraad ved højere Tryk. Det omgivende Glasrør holdtes ved 0°. Ved Tryk lavere end 400 Dyn / cm^2 var Temperaturforskellen mellem Traad og Bad 104,2°, ved Tryk mellem 400 og 6000 Dyn/cm^2 var Temperaturforskellen 32,73°, ved højere Tryk benyttedes mindre Temperaturforskel, ved Atmosfæretryk var den 2,98°. Med Trykket 1075 Dyn / cm^2 begyndtes en ny Række.

I den følgende Tabel er angivet de Varemængder $\frac{Q_1}{\Delta t}$, som hver Overfladeenhed af Traaden ved de forskellige (korrigerede) Tryk afgiver gennem Luften for 1° Temperaturforskel. De afgivne Varmemængder er korrigerede for Afledning gennem

Traadens Ender samt for Straaling. Traadens Overflade er sat lig med 0,01334 cm^2.

p Dyn/cm^2	107,3	214,8	322,1	428,6	534,8	640,0	744,6	848,6	950,9	1053,3
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot 10^6$	407,7	815,6	1220,5	1621,3	2015,2	2413,5	2804,8	3192,3	3576,0	3954,2
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{p} \cdot 10^6$	3,79	3,80	3,79	3,78	3,77	3,77	3,77	3,76	3,76	3,76
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{p} \cdot 10^6$ (beregnet)	3,79	3,79	3,78	3,78	3,77	3,77	3,77	3,76	3,76	3,76

p Dyn/cm^2	1075	3200	6355	13450	35000	66800	129000	505000	1016000
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot 10^6$	4009	11651	22046	42117	83900	121900	190900	211100	223900
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{p} \cdot 10^6$	3,73	3,64	3,48	3,13	2,40	1,83	1,48	0,418	0,220
$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{p} \cdot 10^6$ (beregnet)	3,76	3,75	3,59	3,40	2,87	2,28	1,56	0,449	0,224

Maalingerne ved Tryk fra 0 til 1062 Dyn/cm^2 er udført med en lignende Nøjagtighed som de tidligere Maalinger. De højere Tryk kunde derimod ikke bestemmes med en tilsvarende procentisk Nøjagtighed. Man ser imidlertid, at Størrelsen $\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{p}$ kun aftager ganske lidt ved Tryk, der er mindre end 1000 Dyn/cm^2. Med yderlig voksende Tryk iagttages en tydelig Aftagen i dette Forhold, der ved Atmosfæretryk bliver ca. 17 Gange saa lille som det er ved smaa Tryk. Selve de afgivne Varmemængder nærmer sig, som det er at vente, en konstant Værdi ved store Tryk.

Af Tabellen faar man en Forestilling om, hvilken betydelig Rolle Luftkølingen spiller ved en saa tynd Traad, idet den Varmemængde, som Traaden afgiver ved Atmosfæretryk i Brint, er ca. 20000 Gange saa stor som den Varmemængde, der afgives ved Straaling i Vakuum ved ca. 50°. For $p = \infty$ skulde Traadens Varmeafgivelse Q_∞ fra hver Overfladeenhed kunne beregnes efter den sædvanlige Varmeledningsformel. Man finder

$$Q_\infty = \frac{\varkappa}{R \log \text{nat} \frac{R_1}{R}} \Delta t\,,$$

idet $\varkappa$ er den sædvanlige Varmeledningskoefficient for Luftarten, R er Traadens Radius og R_1 det omgivende Rørs Radius, Δt er Temperaturforskellen mellem Traaden og det omgivende Rør. Sættes i denne Formel $\Delta t = 1$ og $\varkappa = 0{,}00039$, $R = 0{,}000220$ (bestemt af Overflade og Længde) og $R_1 = 0{,}535$, faas $\frac{Q_\infty}{\Delta t} \cdot 10^6 = 227000$, en Værdi, som er meget lidt større end den, der findes af Tabellen ved det største Tryk, nemlig 223900.

Det viser sig nu, at Varmetabet Q_p fra hver Overfladeenhed af Traaden ved Trykket p som en første Tilnærmelse kan udtrykkes ved

$$Q_p = Q_\infty \left(1 - e^{-\frac{a\varepsilon}{Q_\infty} p}\right),$$

hvor $a\varepsilon = 3{,}79 \cdot 10^{-6}$.

Ved Trykket $p = 1000$ Dyn/cm², hvor Middelvejlængden endnu er ca. 100 Gange saa stor som Traaddiametren, giver Formlen, at Q_p kun er 1 % mindre end dens Værdi for $p = 0$, hvilket ogsaa er i god Overensstemmelse med Tabellen, idet man ser, at Differensen mellem de iagttagne og de af ovenstaaende Formel beregnede Værdier holder sig konstant til dette Tryk. Ved højere Tryk passer Formlen mindre godt, men dog med saa stor Nøjagtighed, at den kan benyttes til Ekstrapolation i Tilfælde, hvor man ønsker at finde den molekulære Ledningsevne af Forsøg, ved hvilke man ikke har kunnet gøre de Instrumentdimensioner, hvorpaa det kommer an, forsvindende smaa i Sammenligning med Middelvejlængden.

IX. Accommodationskoefficientens Størrelse for forskellige Luftarter og forskellige Overflader.

Da de tidligere beskrevne Forsøg ikke har givet nøjagtige Oplysninger om Accommodationskoefficientens Størrelse, skal i det følgende beskrives nogle Forsøg, som udførtes paa lignende Maade som Maalingerne med Wollastontraaden, idet denne erstattedes med et Platinbaand lavet ved at skære en Strimmel ud af en Sølvdoubléplade. Forbindelsesrøret mellem det Glasrør, som omgiver Baandet, og Pumpen valgtes ret vidt, ca. 5 mm., da der under Maalingerne blev draget Omsorg for, at Badet, som omgav Apparatet, havde meget nær samme Temperatur som Pipettesystemet, hvor Trykkene maales. Derved undgaar man den besværlige Korrektion for det termiske Molekulartryk. Tilledningstraadene til Baandet valgtes 1 mm. tykke og saa korte som muligt, for at man uden synderlig Fejl kunde sætte Temperaturen af Baandets Ender lig med Badets Temperatur, hvilket har Betydning for Korrektionen af den Varmemængde, som ledes bort gennem Baandets Ender.

Efter at Doubléstrimlen var loddet til Tilledningstraadene, fjernedes Sølvet ved Ætsning, hvorpaa Platinbaandets Længde maaltes med Katetometer og Bredden ved Mikroskop og Okularmikrometer. Heraf findes Længden L ved 100° at være 9,938 cm. og Bredden B ved samme Temperatur 0,1566 cm. Bredden bestemtes som Middeltal af en Snes Maalinger ligelig fordelt over Baandets hele Længde. Forskellen mellem Bredden paa det smalleste og det bredeste Sted var 0,010 cm.

Baandet med Platinramme og Tilledningstraade indsattes dernæst i et Glasrør, som forbandtes med Pumpe og Pipettesystem, dets Modstand bestemtes, idet Apparatet med Atmosfæretryk nedsattes i et Vandbad med Stuetemperatur. Metalbeholderen, hvori Badet fandtes, var med en Kautchukplade forbundet med Apparatets øverste Del, saa man ved at fjerne Størstedelen af Vandet i Beholderen bekvemt kunde udføre en Kogepunktsbestemmelse og saaledes reducere Justeringen til en Barometermaaling. Modstanden maaltes altsaa ved Vandets Kogepunkt, og ved alle følgende Maalinger sørgedes for, at denne Modstand holdtes uforandret. Ved Justeringen sørgedes for, at Maalestrømmen ikke frembragte nogen kendelig Opvarmning, og eventuelle termoelektriske Kræfter elimineredes ved som Galvanometrets Ligevægtsstilling at benytte den, som fandtes, naar Forbindelsen mellem Galvanometret og Wheatstones Bro var sluttet. Tilledningstraadens Modstand bestemtes særskilt.

Platinbaandets Modstand var 8,130 Ohm ved 19,96°, af hvilken Størrelse og Længden man finder Tværsnitsarealet A at være $A = 14{,}56 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm}^2$, hvoraf Tykkelsen 0,0000970 cm. Af disse Dimensioner og den kendte Værdi for Platinets Varmeledningskoefficient er for hver enkelt Maaling beregnet den Varmemængde, som bortgaar gennem Baandets Ender. Glasrøret, i hvilket Baandet var indsat, havde en Diameter paa 1,3 cm.

Set med blotte Øjne var Baandet ganske blankt, men set under Mikroskop viste der sig smaa Ujævnheder paa Overfladen, hvorfor det er at vente, at de fundne Værdier for a vil være lidt større end de, der findes for en Flade, der er saa glat, som den kan fremstilles.

Efter at Konstanterne var bestemt, toges en Række Maalinger med Brint, Ilt og Kulsyre, idet Trykkene varieredes ved Pipettesystemet og Maalingerne for øvrigt udførtes som med Wollastontraaden med Benyttelse af Wheatstones Bro og Kompensationsapparat. Apparatet var under Maalingerne nedsænket i Vandbad, i hvilket der sørgedes for Omrøring ved en svag Luftstrøm, som boblede gennem Vandet. Badets Temperatur aflæstes paa Kvægsølvtermometer ved hver Maaling.

Efter denne Maalingsrække, hvis Resultater er opførte i de følgende Tabeller under „Platinbaand I blankt“, toges Apparatet fra Pipettesystem og Pumpe, Glasrøret, som omgav Platinbaandet, aabnedes, og Platinbaandet platineredes ved elektrolytisk Udfældning af et tyndt Lag Platinsort. Med det saaledes behandlede Baand, hvis Modstand var blevet forandret ganske lidt, udførtes atter en Række Maalinger paa Brint, Ilt og Kulsyre, der er opført i Tabellerne under „Platinbaand I, svagt platineret“.

Under Forsøget paa at platinere Baandet yderligere blev Baandet beskadiget, saa at et nyt maatte indsættes. Dette Baand platineredes før Indsættelsen i Apparatet med saa tykt et Lag Platinsort, at man i Mikroskopet netop kunde se Platinsortet danne ganske smaa Takker ved Baandets Rande. At Baandets Bredde var blevet forøget ved Platineringen, kunde netop konstateres, og man kan heraf slutte, at Platineringen af det forrige Baand ikke havde forøget dets Bredde kendeligt. Det nye Baands Konstanter var $L_{100^\circ} = 9{,}815$ cm. og efter Platineringen $B_{100^\circ} = 0{,}1939$ cm., Overfladen $0 = 3{,}806$ cm^2, Modstanden ved $17{,}03^\circ$ $6{,}441$ Ohm, Tværsnitsarealet $A = 17{,}98 \cdot 10^{-6}$ cm^2 og Tykkelsen $0{,}0000928$ cm. Med dette Baand udførtes en Maalingsrække med de samme Luftarter som før, og Resultaterne er opført i Tabellerne under „Platinbaand II, stærkt platineret“.

I den følgende Tabel betegner t_1 Middeltemperaturen i Celsiusgrader af Platinbaandet, t_2 Middelværdien af samtlige Temperaturer af Badet. $\varDelta t$ Differensen mellem t_1 og Badets Temperatur reduceret til Brinttermometer, p betegner Trykkene i Dyn/cm^2, Q de i Sekundet afgivne Varmemængder, Q_1 de tilsvarende Værdier korrigerede for Afledning gennem Enderne. I sidste Kolonne er Varmeafgivelsen i gr. cal. pr. Sec., Grad, og Dyn/cm^2 opført under $\frac{Q_1}{\varDelta t \varDelta p}$.

For at give en Forestilling om de udførte Maalinger og deres Benyttelse skal Tabellen for Platinbaand I, blankt, Brintfyldning, gives fuldstændig. Alle de øvrige Maalinger udførtes og beregnedes paa nøjagtig samme Maade, men gives i stærkt afkortet Form, idet kun den første Værdi for $\varDelta p$ opføres, betegnet med $\varDelta_1 p$, samt Slutningsrækken $\frac{\varDelta Q_1}{\varDelta t \varDelta p}$. For hver Maalingsrække er tillige opført den til Trykket $p = 0$ svarende Temperaturdifferens $\varDelta t$ samt Varmeafgivelsen $\frac{Q_1}{\varDelta t}$, der hovedsagelig skyldes Straaling. For Oversigtens Skyld er Resultaterne fra den udførlige Tabel gentaget i den afkortede Form.

Platinbaand I, blankt. Brintfyldning.

$\Delta t°$	p	Δp	$\frac{Q}{\Delta t} \cdot 10^6$	$\frac{Q_1}{\Delta t} \cdot 10^6$	$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \cdot 10^6$
80,890	0,000		76,054	66,790	
		3,470			10,61
80,925	3,470		114,847	103,595	
		3,443			10,53
80,950	6,913		152,731	139,843	
		3,418			10,44
80,985	10,331		189,830	175,525	
		3,390			10,35
81,010	13,721		226,185	210,620	
		3,366			10,25
81,040	17,087		261,828	245,124	
		3,339			10,16
81,070	20,426		296,786	279,037	
		3,315			10,06
81,140	23.741		331,101	312,384	
		3,289			9,98
81,170	27,030		364,841	345,220	
		3,263			9,90
81,200	30,293		397,994	377,525	
		3,240			9,82
81,235	33,533		430,604	409,335	

Platinbaand I, blankt. Brintfyldning.

$$t_1 = 100{,}23°,\ \Delta_1 p = 3{,}470\ \text{Dyn/cm}^2;\ \text{for } p = 0\ \Delta t = 80{,}890°,$$

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 66{,}790 \cdot 10^{-6}\ \text{cal.}$$

$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 10{,}61\quad 10{,}53\quad 10{,}44\quad 10{,}35\quad 10{,}25\quad 10{,}16\quad 10{,}06\quad 9{,}98\quad 9{,}90\quad 9{,}82$$

Platinbaand I, blankt. Iltfyldning.

$$t_1 = 100{,}23°,\ \Delta_1 p = 3{,}456\ \text{Dyn/cm}^2;\ \text{for } p = 0\ \Delta t = 80{,}315°,$$

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 66{,}468 \cdot 10^{-6}\ \text{cal.}$$

$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 6{,}73\quad 6{,}54\quad 6{,}35\quad 6{,}22\quad 6{,}03\quad 5{,}86\quad 5{,}70\quad 5{,}56\quad 5{,}40\quad 5{,}28$$

Platinbaand I, blankt. Kulsyrefyldning.

$$t_1 = 100{,}23°,\ \Delta_1 p = 3{,}503\ \text{Dyn/cm}^2;\ \text{for } p = 0\ \Delta t = 80{,}960°,$$

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 66{,}094\ .\ 10^{-6}\ \text{cal.}$$

$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 7{,}59\quad 7{,}19\quad 6{,}85\quad 6{,}48\quad 6{,}18\quad 5{,}90\quad 5{,}62\quad 5{,}37\quad 5{,}13\quad 4{,}92$$

Platinbaand I, svagt platineret. Brintfyldning.

$$t_1 = 101{,}84^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}452 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 80{,}710^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 205{,}844 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 15{,}83\quad 15{,}67\quad 15{,}49\quad 15{,}60\quad 15{,}12\quad 14{,}94\quad 14{,}78\quad 14{,}62\quad 14{,}50\quad 14{,}32$$

Platinbaand I, svagt platineret. Iltfyldning.

$$t_1 = 101{,}84^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}481 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 81{,}225^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 205{,}115 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 7{,}56\quad 7{,}39\quad 7{,}09\quad 6{,}90\quad 6{,}70\quad 6{,}49\quad 6{,}82\quad 6{,}15\quad 5{,}91\quad 5{,}79$$

Platinbaand I, svagt platineret. Kulsyrefyldning.

$$t_1 = 101{,}84^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}569 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 81{,}595^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 204{,}656 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} = 8{,}33\quad 8{,}00\quad 7{,}46\quad 7{,}06\quad 6{,}67\quad 6{,}37\quad 6{,}06\quad 5{,}77\quad 5{,}48\quad 5{,}21$$

Platinbaand II, stærkt platineret. Brintfyldning.

$$t_1 = 99{,}76^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}472 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 82{,}735^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 648{,}970 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta p \Delta t} = 23{,}72\quad 23{,}22\quad 22{,}81\quad 22{,}43\quad 22{,}02\quad 21{,}72\quad 21{,}35\quad 21{,}19\quad 20{,}82\quad 20{,}71$$

Platinbaand II, stærkt platineret. Iltfyldning.

$$t_1 = 99{,}76^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}491 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 80{,}760^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 654{,}911 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta p \Delta t} = 9{,}51\quad 9{,}14\quad 8{,}82\quad 8{,}56\quad 8{,}24\quad 7{,}97\quad 7{,}66\quad 7{,}41\quad 7{,}23\quad 6{,}98$$

Platinbaand II, stærkt platineret. Kulsyrefyldning.

$$t_1 = 99{,}76^\circ,\quad \Delta_1 p = 3{,}517 \text{ Dyn/cm}^2;\quad \text{for } p = 0\quad \Delta t = 80{,}680^\circ,$$
$$\frac{Q_1}{\Delta t} = 656{,}126 \cdot 10^{-6} \text{ cal.}$$
$$10^6 \cdot \frac{\Delta Q_1}{\Delta p \Delta t} = 10{,}54\quad 9{,}94\quad 9{,}43\quad 8{,}71\quad 8{,}23\quad 7{,}73\quad 7{,}28\quad 6{,}87\quad 6{,}59\quad 6{,}29$$

Af Tabellen for Platinbaand I, blankt, Brintfyldning ser man, at det ydre Bads Temperatur kun har varieret ca. 0,3° under hele Forsøgsrækken, og i de øvrige Forsøgsrækker var Variationen sædvanligvis endnu mindre. Det til Temperaturbestemmelsen af Badet benyttede Termometer var delt i Tiendedelsgrader og aflæstes med Kikkert, saa Tohundrededele kunde skønnes. En nøjagtig Temperaturbestemmelse ses at være af stor Betydning. En Fejl paa $\frac{1}{100}$° f. Eks. i den sidst opførte Temperatur vilde forandre den dertil hørende Værdi for $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \cdot 10^6$ fra at være 9,82, som den er funden, til at være 9,87. Som man ser, vilde en saadan Forandring bryde Rækkens Regelmæssighed, hvilket kan tjene som et Maal for den Nøjagtighed, med hvilken saavel Temperaturbestemmelserne som de øvrige Maalinger er udført.

De øvrige Rækker for $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \cdot 10^6$ ses at være udført med tilsvarende Nøjagtighed, og man skal nu af de observerede Størrelser finde de til $p = 0$ svarende Værdier af $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \cdot 10^6$. Denne Ekstrapolation kan, som det vil ses af Rækken, udføres med stor Nøjagtighed. Sættes $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t \Delta p} \cdot 10^6 = y$, er Ekstrapolationen foretaget under Forudsætning af, at $\Delta \log \frac{\Delta y}{\Delta p}$ er konstant i hver af Rækkerne. Man ser af Tabellerne, at y aftager langt stærkere for Ilt og Kulsyre end for Brint, hvilket maa tilskrives, at Middelvejlængden for Ilt og Kulsyre er en Del mindre end for Brint og saaledes med voksende Tryk hurtigere naar ned til at blive af samme Størrelsesorden som Platinbaandets Bredde og Afstanden mellem Baandet og Glasrøret. Det højeste Tryk, ved hvilket Maalinger foretoges, var ca. 34 Dyn/cm², ved hvilket Tryk Middelvejlængden er ca. 6 mm. for Brint og knap halv saa stor for de andre Luftarter. Det sidst benyttede Platinbaand var knap 2 mm. bredt, og det først benyttede noget smallere. Af Rækkerne for Ilt og Kulsyre ser man, at det er berettiget at ekstrapolere efter Formlen $\Delta \log \frac{\Delta y}{\Delta p} =$ konstant, og Rækkerne for Brint modsiger ikke denne Antagelse. Ekstrapolationen gav de i følgende Tabel opførte Værdier efter at være dividerede med Platinbaandets Overfladeareal, idet $\varepsilon_{(r\,R)} = \frac{dQ_1}{\Delta t\,dp}\,\frac{1}{O}$.

Værdier for $\varepsilon_{(r\,R)} \cdot 10^6$.

	Brint	Ilt	Kulsyre
Platinbaand I, blankt	3,423	2,186	2,479
Platinbaand I, svagt platineret .	5,121	2,458	2,738
Platinbaand II, stærkt platineret	6,230	2,530	2,822

Disse Størrelser, der er et direkte Maal for de Varmemængder, som en cm² af Baandet afgiver ved Ledning gennem de forskellige Luftarter under iøvrigt lige Omstændigheder, viser tydeligt, at Overfladebeskaffenheden har overordentlig stor Indflydelse paa den ved Ledning afgivne Varmemængde. For Brintens Vedkommende bevirker Platineringen, at den afgivne Varmemængde bliver næsten fordoblet, hvilket maa betragtes som et direkte eksperimentelt Bevis for, at der ved Varmeovergang mellem et fast Legeme og Luft maa foregaa noget, som den kinetiske Teori uden Hjælpehypoteser ikke er i Stand til at gøre Rede for. Man ser, at Brinten i Berøring med det blanke Platin kun leder Varmen ca. $1^1/_2$ Gange bedre end Ilt og Kulsyre, hvorimod Brinten i Berøring med Platinsort leder mere end dobbelt saa godt som de andre undersøgte Luftarter. At den opstillede Teori om Accommodationskoefficienten betragtet som en Størrelse af rent mekanisk Natur og uden væsentlig Forbindelse med Platinets Absorptionsevne overfor Brint eller Platinsortets specielle Absorption ogsaa i dette Tilfælde er i Stand til at bringe Teorien i Overensstemmelse med Forsøgsresultaterne, vil indses ved følgende Betragtning.

Kunde vi antage, at det omgivende Glasrørs Overflade havde været fuldstændig ru, vilde man have fundet de tilsvarende Accommodationskoefficienter ved at dividere de opførte Tal med de tilhørende teoretiske Værdier for de molekulære Varmeledningskoefficienter ε ved Badets Temperatur. Udføres denne Division, faar man som første Tilnærmelse for a følgende Værdier $a_0 = \frac{\varepsilon_{(rR)}}{\varepsilon}$:

		Brint	Ilt	Kulsyre
Platinbaand I, blankt	$a_0 =$	0,323	0,808	0,843
Platinbaand I, svagt platineret .	$a_0 =$	0,485	0,910	0,932
Platinbaand II, stærkt platineret	$a_0 =$	0,586	0,934	0,959

For Glas og Brint fandtes tidligere ved Forsøgene med de koncentriske Cylindre $a = 0{,}26$. Den samme Værdi fandtes for en glat og blank 0,0051 cm. tyk Platintraad, hvoraf man tør slutte, at Accommodationskoefficienterne for Glas og blankt glat Platin ikke er synderligt forskellige. At Værdien er lidt lavere end den i Tabellen opførte Værdi for $a_0 = 0{,}32$, er ret naturligt, da Platinbaandets Overflade set under Mikroskop var noget ujævn i Modsætning til Platintraaden, der viste sig at være ganske glat.

Antager vi i Overensstemmelse hermed, at Accommodationskoefficienterne a_1 for Glas har følgende Værdier, for Brint $a_1 = 0{,}26$, for Ilt $a_1 = 0{,}80$ og for Kulsyre $a_1 = 0{,}84$, og betegner vi ved a den for Platinbaandet gældende Accommodationskoefficient, har man i Følge en Betragtning, der er analog med den, som anvendtes ved de koncentriske Cylinderflader, at a er bestemt ved Ligningen

$$a_0 = a\left(1 - \frac{r}{R}\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{a(1-a_1)^n}{1-(1-a)(1-a_1)^n}\left(1-\frac{r}{R}\right)^{n-1}\right),$$

hvor n er Talrækkens hele Tal.

Erstattes $\frac{r}{R}$ i Formlen med Forholdet mellem Platinbladets Overflade og Glasrørets Inderflade, bliver dette Forhold for det første Platinbaand $\frac{r}{R} = 0{,}077$ og for det andet Baand $\frac{r}{R} = 0{,}095$, idet Diametren af Glasrøret, som omgiver Platinbaandet, var 1,3 cm. Beregningen gav følgende Værdier for a:

		Brint	Ilt	Kulsyre
Platinbaand I, blankt	$a =$	0,3575	0,8345	0,868
Platinbaand I, svagt platineret..	$a =$	0,5555	0,9265	0,945
Platinbaand II, stærkt platineret	$a =$	0,7122	0,9564	0,975

For Iltens og Kulsyrens Vedkommende er de opførte Værdier for a ikke synderligt forskellige fra a_0, saa at Resultaterne ikke forringes synderligt trods det ret mangelfulde Kendskab til a_1. Af denne Tabel over a ser man, at Accommodationskoefficienten er blevet meget stærkt forandret ved Platineringen. For Brintens Vedkommende er den endogsaa bleven fordoblet. Man ser, at den for Ilt og Kulsyre nærmer sig meget stærkt til sin Maksimumsværdi 1, og man kan følgelig for disse Luftarter antage, at man ved Platinering er i Stand til at skaffe sig en tilnærmelsesvis absolut ru Overflade. Dette har særlig Interesse, thi dette Tilfælde er saavidt mig bekendt det eneste, hvor man har opnaaet god Overensstemmelse mellem Eksperiment og den kinetiske Teori, hvad Varmeledning angaar, og man opnaar dette uden at tage Accommodationsteorien til Hjælp. Med Benyttelse af denne Teori bliver Overensstemmelsen yderligere forbedret.

At Accommodationskoefficienterne for Ilt og Kulsyre kan opnaa store Værdier ved Platineringen, har utvivlsomt sin Grund i, at disse Luftarter har store Værdier for a overfor det glatte Metal. Antager vi, at Platinsortet bestaar af smaa Platinstykker eller Lameller, der hver for sig er ganske glatte, behøves der for disse Luftarter kun faa Tilbagekastninger inde mellem Lamellerne, før Fladen virker, som den var absolut ru. Anderledes forholder det sig derimod med Brinten, der har den lille Værdi for a. Tænker vi os Overfladen af en Plade bedækket med et System af uendelig tyndvæggede Rør (som en Bikage), og er Rørenes Diameter forsvindende lille i Sammenligning med deres Dybde, vil man have en Overflade, der overfor Molekulstødene er meget ru. Af de Luftmolekuler, der kommer ind gennem Mundingen af et cirkulært Rør, vil ca. $\frac{1}{4}$ (nøjagtigere $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3} = 0{,}2375$) i Følge Stødets cosinus-Lov komme tilbage gennem Mundingen efter at have udført et og kun et Stød mod Rørvæggen, medens Resten støder to eller flere Gange. Erstatter man Rørene med parallele Lameller, bliver Sandsynligheden for et og kun et Stød $1 - \frac{\pi}{4} = 0{,}2146$. At Platinsortet skulde være mere ru end dette Tilfælde, kan vel næppe tænkes, og man forstaar da, at Brintens Værdi for a ikke har kunnet nærme sig mere til 1, end Tilfældet har været.

Har et Molekul, som kommer ind mod en blank Flade, Accommodationskoefficienten a, maa det faa en større Accommodationskoefficient a_r efterhaanden, som Fladen gøres mere og mere ru, idet flere af Molekulerne da kan støde mere end en Gang mod Fladen. Vi kalder Sandsynligheden for 1 og kun 1 Stød mod den ru Flade x_1 og for 2 og kun 2 Stød x_2 o. s. v. Er Temperaturforskellen mellem Fladen og de indkommende Luftmolekuler 1°, vil de Molekuler, der støder 1 og kun 1 Gang, mangle $(1-a)$ Grader i at have faaet Legemets Temperatur. De, der støder 2 og kun 2 Gange, mangler $(1-a)^2$ Grader i at have faaet Legemets Temperatur. Vi har da

$$1 - a_r = x_1(1-a) + x_2(1-a)^2 + x_3(1-a)^3 \ldots\ldots$$

Idet Sandsynligheden for at støde flere end 1 Gang er $1-x_1$, og idet vi antager, at de Molekuler, som har stødt 1 Gang, har Sandsynligheden x' for endnu et og kun et Stød til, faar man $x_2 = (1-x)x'$ og paa lignende Maade $x_3 = (1-x_1)(1-x')x''$ og $x_4 = (1-x_1)(1-x')(1-x'')x'''$ o. s. v. Er Overfladen kun lidet ru, maa man have $x' = x'' = x''' \ldots = x_1$, og altsaa

$$x_n = (1-x_1)^{n-1}x_1\,,$$

hvoraf

$$1 - a_r = \sum_{n=1}^{n=\infty}(1-a)^n(1-x_1)^{n-1}x_1 = \frac{x_1(1-a)}{1-(1-a)(1-x_1)}\,,$$

hvoraf

$$\frac{1}{a_r} - 1 = x_1 \left(\frac{1}{a} - 1 \right).$$

Antallet n af Stød, som hvert Molekul gennemsnitlig udfører mod Fladen, før det atter forlader den, bliver $n = \frac{1}{x_1}$, hvilket ses af en simpel Regning. For Flader, der kun er lidet ru, skal man altsaa vente, at $n = \frac{\frac{1}{a} - 1}{\frac{1}{a_r} - 1}$ har samme Værdi for alle Luftarter. For Flader, der er meget ru, altsaa saadanne, hvor en stor Del Molekuler trænger langt ind mellem Fladens Forgreninger, kan man ikke sætte $x' = x'' = \ldots = x_1$, men bibeholder vi denne Antagelse som en første Tilnærmelse, kan man ved Hjælp af ovenstaaende Formel beregne n for de tre Luftarter eller rettere Forholdet mellem Antal af Stød mod Platinsortets smaa Platinstykker og Antallet af Stød mod det blanke Baand. Man finder, idet n i første Række sættes lig 1:

		Brint	Ilt	Kulsyre
Platinbaand I, blankt	$n =$	1,0	1,0	1,0
Platinbaand I, svagt platineret ...	$n =$	2,3	2,5	2,6
Platinbaand II, stærkt platineret..	$n =$	4,4	4,3	5,9

Man ser, at for Platinbaand I, svagt platineret, er Værdierne for n for de tre Luftarter virkelig meget nær lige store. For Platinbaand II, stærkt platineret, har man $n = 5{,}9$ for Kulsyre mod 4,4 og 4,3 for Brint og Ilt. Afvigelsen vilde forklares under Antagelse af, at Kulsyrens Værdi for a var blevet bestemt ca. 1 % for høj, saa at den virkelige Værdi skulde være 0,964 i Stedet for den ved Eksperimentet fundne 0,975. Der synes neppe at være Grund til at antage, at der skulde findes en saadan Fejlbestemmelse for Kulsyrens Vedkommende, medens en tilsvarende ikke forekommer for Ilten. Forskellen maa snarere søges i den teoretisk beregnede Værdi for den molekulære Ledningsevne ε. Ved Beregningen af denne benyttedes nemlig den Værdi for $\frac{c_p}{c_v}$, som gælder for Kulsyre ved Atmosfæretryk. Ved disse lave Tryk er det rimeligt at $\frac{c_p}{c_v}$ er mindre, ligesom den er det ved højere Temperatur. I Følge Amagat's Maalinger aftager $\frac{c_p}{c_v}$ med aftagende Tryk. Vi kan derfor gaa ud fra, at $\frac{c_p}{c_v}$ er regnet for stor i den Formel, hvoraf ε fandtes, og at ε derfor er fundet for lille. Under denne Forudsætning skulde Kulsyrens Værdier for a være fundet noget for store. Fuldstændig Overensstemmelse vilde tilvejebringes ved at erstatte den benyttede Værdi for $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}2995$ med $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}2957$, en Forandring, som kan synes ret rimelig, da den kun andrager 3 promille. Benyttes denne Værdi for $\frac{c_p}{c_v}$, faar Tabellerne for a og n følgende Form:

		Brint	Ilt	Kulsyre		Brint	Ilt	Kulsyre
Platinbaand I, blankt	$a =$	0,3575	0,835	0,858	$n =$	1,0	1,0	1,0
Platinbaand I, svagt platineret	$a =$	0,5555	0,927	0,934	$n =$	2,3	2,5	2,3
Platinbaand II, stærkt platineret	$a =$	0,7122	0,956	0,964	$n =$	4,4	4,3	4,4

Ved denne Forandring ser man, hvor stærkt de fundne Værdier for n paavirkes af en ringe Forandring i $\frac{c_p}{c_v}$. Forandringen i den største af Kulsyrens Værdier for a har desuden medført, at dennes Størrelse passer godt med, hvad man kunde vente, om en tilsyneladende plan Overflade blev saa ru, som den sandsynligvis kunde blive. I saa Tilfælde skulde Sandsynligheden x_1 for, at et Molekul rammer Overfladen 1 og kun 1 Gang, være ca. $\frac{1}{4}$ eller $\frac{1}{5}$. Sætter man i Formlen $\frac{1}{a_r} - 1 = x_1\left(\frac{1}{a} - 1\right)$, $a = 0{,}858$ og $x_1 = \frac{1}{4}$, findes $a_r = 0{,}962$; for $x_1 = \frac{1}{5}$ finder man $a_r = 0{,}966$, der stemmer godt med den højeste Værdi for Kulsyre.

Selv om disse Beregninger hviler paa et noget løst Grundlag, da man savner nøjagtigt Kendskab til $\frac{c_p}{c_v}$, synes de dog at tyde paa, at de udførte Maalinger er rigtige, og at de for Iltens og Kulsyrens Vedkommende har givet de Værdier, som man skulde vente i Følge Teorien. Man faar altsaa her-igennem en Bekræftelse paa denne, og, hvad der i denne Sammenhæng er af særlig Betydning, man faar bekræftet den i Teorien gjorte Antagelse om, at den translatoriske Energi og Atomenergien er fordelt blandt Molekulerne uafhængig af hinanden. Havde disse to Energiformer haft samme Forhold i hvert enkelt af samtlige Molekuler, vilde man have ventet $\frac{10}{9}$ Gange saa store Værdier for ε for Brint og Ilt og 16 % større Værdier for Kulsyre. Man ser, at Maalingerne ikke tyder herpaa.

De udførte Maalinger giver Materiale til at beregne Platinbaandets Udstraalingsevne under de forskellige Forsøg. Man finder for Konstanten C i Stefans Formel med de dertil hørende absolute Temperaturer T_1' og T_2' (T_1' angiver her Baandets Middeltemperatur, hvorfor Stefans Lov anvendt paa denne Maade kun giver en første Tilnærmelse):

	T_1'	T_2'	$C \cdot 10^{-12}$	a (Brint)
Platinbaand I, blankt	373,2	292,5	0,143	0,36
Platinbaand I, svagt platineret	374,8	293,7	0,435	0,56
Platinbaand II, stærkt platineret	372,8	291,4	1,154	0,71

Man faar af denne Tabel en Forestilling om, hvorledes a vokser med Sorthedsgraden. Man kan naturligvis ikke paa Forhaand sige, om a er en entydig Funktion af C, men det er dog ret rimeligt, at den vil være det, naar Platinsortudfældningen foretages paa samme Maade, blot i forskellige Mængder. Derpaa tyder ogsaa den ved Wollastontraaden fundne Værdi $C = 0{,}158 \cdot 10^{-12}$, der ikke er meget forskellig fra den, som nu fandtes med det blanke Platinbaand, og Wollastontraadens Areal var netop beregnet under Forudsætning af, at a havde samme Værdi for Traaden som for Baandet. For det stærkt platinerede Platinbaand fandtes $C = 1{,}15 \cdot 10^{-12}$, medens Grænseværdien for det absolut sorte Legeme er $C = 1{,}27 \cdot 10^{-12}$. En yderligere Sværtning med Kamfersod forandrede ikke C synderligt men bragte derimod

a for Brint til at aftage fra 0,71 til 0,64, altsaa en aldeles udpræget Formindskelse.

X. Luftarternes Varmeledning ved høje Tryk.

Lad A_1 og A_2 (Figur 1) være de mod hinanden vendende Sider af to Metalplader, der har Temperaturerne (obs.) T'_1 og T'_2, hvor $T'_1 > T'_2$. Lad Pladernes Afstand b være stor i Sammenligning med Middelvejlængden λ. Vi lægger nu mellem Pladerne to Planer C_1 C_2 parallel med Pladerne og saa nær hinanden, at deres Afstand er forsvindende i Sammenligning med Middelvejlængden. Den Varmemængde Q, som i Tidsenheden pr. Overfladeenhed overføres mellem disse to Planer, kan i Følge Loven for den molekulære Varmeledning udtrykkes ved

$$Q = \varepsilon p \Delta t\,,$$

hvor Δt er Temperaturforskellen mellem Luftmolekulerne, der gennemfarer Pladerne i modsat Retning. Dette Udtryk er at forstaa paa den Maade, at hvis de Molekuler, der kommer fra højre, fik deres Hastigheder forøget, saa de blev lige med Hastighederne af dem, der kommer fra venstre, vilde man paa dette Sted i Luftmassen faa en homogen Luftart, hvis Temperatur betegnes med t_1. Paa lignende Maade opfattes Temperaturen af de fra venstre kommende Molekuler. Er den t_2, har man $\Delta t = t_1 - t_2$. Idet Δt forudsættes forsvindende lille i Sammenligning med de absolute Temperaturer i Luftmassen, kan man betragte Luftens Temperatur mellem de to Planer som værende $\frac{t_1 + t_2}{2}$, og herfra forandres Temperaturen lineært til begge Sider, saa den i en Afstand x_1 til højre for Planerne er t_2 og i en lige saa stor Afstand til venstre for Planerne er t_1. De Molekuler, som gennemfarer Planerne, ville da gennemsnitlig have saadannne Hastigheder, som om de alle var komne fra Afstandene x_1 fra Planerne. Idet x_1 maa være proportional med Middelvejlængden λ, sættes $2x_1 = k\lambda$, hvoraf følger, at

$$\varDelta t = k\lambda \frac{dt}{dx},$$

hvor $\frac{dt}{dx}$ er Temperaturgradienten mellem Pladerne. Er Varmeledningskoefficienten $\varkappa$, har man $Q = \varkappa \frac{dt}{dx}$ og altsaa

$$\varkappa = k \varepsilon p \lambda \quad \text{(Erg)}.$$

Hvis Molekulernes Hastighedsudvekslinger ved indbyrdes Sammenstød foregik paa samme Maade for alle Luftarter, maatte k have den samme Værdi for alle Luftarter. Indsættes heri den fundne Værdi for ε samt $p\lambda$ udtrykt i Gnidningskoefficienten η, faas

$$\varkappa = 0{,}802\, \eta \frac{1}{M} \frac{\frac{c_p}{c_v} + 1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} k \ \text{(gr. cal.)}. \tag{14}$$

Den sædvanlig anførte Sammenhæng mellem Varmelednings- og Gnidningskoefficienten kan skrives

$$\varkappa_1 = \frac{8}{3} 0{,}802\, \eta \frac{1}{M} \frac{1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} k_1 \ \text{(gr. cal.)}. \tag{15}$$

Fra denne adskiller den nye Formel sig altsaa ved Tilføjelse af Faktoren $\frac{3}{8}\left(\frac{c_p}{c_v} + 1\right)\frac{k}{k_1}$, eller Varmeledningskoefficienten skal ventes at afhænge af c_p og c_v og ikke af c_v alene.

Sættes Iltens Varmeledningskoefficient efter Winkelmanns Maaling lig med 0,000551, findes med de tidligere anførte Værdier for $\frac{c_p}{c_v}$ og med Benyttelse af K. Schmitt's[1] Værdier for η, $k = 1{,}9$ og $k_1 = 1{,}7$.

I efterfølgende Tabel er under $\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1\,(\text{Ilt})}$ af Formlen (15) beregnet de relative Varmeledningskoefficienter i Forhold til Ilt; i næste Kolonne findes under $\frac{\varkappa}{\varkappa\,(\text{Ilt})}$ de tilsvarende Værdier beregnede af Formel (14), og i sidste Kolonne findes de tilsvarende iagttagne Værdier. For Helium og Argon er $\frac{c_p}{c_v}$ sat lig med $\frac{5}{3}$ ved Beregning af $\varkappa$ og $\varkappa_1$ af Formlerne (14) og (15).

[1] K. Schmitt, Ann. d. Phys. **30**, p. 398, 1909.

	$\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1\,(\text{Ilt})}$	$\frac{\varkappa}{\varkappa\,(\text{Ilt})}$	$\frac{\varkappa}{\varkappa\,(\text{Ilt})}$ iagttaget
Brint	6,80	6,83	7,03
Kulsyre	0,685	0,657	0,608
Helium	4,68	5,20	6,06
Argon	0,525	0,584	0,697

Til Beregning af $\frac{\varkappa}{\varkappa\,(\text{Ilt})}$ iagttaget er for Ilt, Brint og Kulsyre benyttet de Winkelmannske Værdier. For Helium og Argon er W. Schwarze's[1] Bestemmelser benyttet. W. Schwarze finder for atmosfærisk Luft $\frac{569}{561}$ Gange saa stor en Varmeledningsevne som Wiedemann, hvorfor Schwarze's Værdier for Helium og Argon er opført i Tabellen formindskede i dette Forhold.

Man ser af Tabellen, at Formel (14) passer bedre med Iagttagelserne end Formel (15), men at der især for Argons og Heliums Vedkommende endnu findes betydelig Uoverensstemmelse, der muligvis har sin Aarsag i Iagttagelsesfejl, men dog tildels kan skyldes, at Udtrykket (14) kun er at betragte som en første Tilnærmelse. Betragter vi imidlertid den Tilnærmelse, som Formel (14) giver, som tilstrækkelig, og sættes $k = 1{,}9$, har man altsaa

$$k = 1{,}9\,\varepsilon p\,\lambda.$$

Ved almindelige Varmeledningsbestemmelser er Afstanden mellem de to Plader A og B mange Gange større end Middelvejlængden, og man vil derfor ikke begaa nogen stor Fejl ved at se bort fra de særlige Forhold ved Pladerne. Størrelsen $\Delta' t$ af Temperaturspringet ved hver af Pladerne kan nu beregnes, idet Luftarten antages at have den kendte Accommodationskoefficient a overfor Pladerne. Med de i det teoretiske Afsnit benyttede Betegnelser har man for de Molekuler, der findes i umiddelbar Nærhed af Pladen A, at

$$\Omega_2^2 = \Omega_2'^2 \quad \text{og} \quad \Omega_1^2 = \Omega^2 + a(\Omega_1'^2 - \Omega_2^2).$$

[1] W. Schwarze, Ann. d. Phys. **11**, p. 328, 1903.

Erstattes Ω^2 med de dermed proportionale Temperaturer, kan Ligningerne skrives

$$t_2 = t'_2 \quad \text{og} \quad t_1 = t_2 + a(T'_1 - t_2).$$

Her betegner T'_1 Temperaturen af Pladen A, og idet t er bestemt af Ω^2 paa samme Maade som T'_1 af Ω'^2_1, kan man opfatte t_2 som Temperaturen af den Molekulgruppe, der kommer ind mod Pladen A fra en fuldstændig ru Flade med Temperaturen $t'_2 = 0{,}95\,\lambda$ fra A, medens t_1 er Temperaturen af den Molekulgruppe, der forlader Pladen A. Luftlaget, som grænser op til Pladen A, har da Temperaturen $\frac{t_1 + t_2}{2}$, hvorfor Temperaturspringet bliver

$$\Delta' t = T'_1 - \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{2 - a}{2a}(t_1 - t_2).$$

Kaldes den pr. Sec. cm^2 overførte Varmemængde Q, har man $Q = \varepsilon p(t_1 - t_2) = \varkappa \frac{dt}{dx}$, og idet $\varkappa = k\varepsilon p\lambda$, bliver $t_1 - t_2 = k\lambda \frac{dt}{dx}$, følgelig

$$\Delta' t = \frac{2 - a}{2a} k\lambda \frac{dt}{dx},$$

hvor a er Accommodationskoefficienten, $k = 1{,}9$, λ Middelvejlængden og $\frac{dt}{dx}$ Temperaturgradienten i Luften mellem Pladerne Den Vejlængde γ, hvormed Warburg karakteriserer Temperaturspringet, og som er bestemt som den Afstand bag Pladens Overflade, hvor Luftens Temperatur vilde have været lig Pladens, hvis Luftens Temperaturgradient fortsattes uforandret, ses at være $\gamma = \Delta' t \cdot \frac{dx}{dt}$, hvorfor vi finder

$$\gamma = \frac{2 - a}{2a} k\lambda.$$

For Glas og glat blankt Platin, hvor man for Brint har $a = 0{,}26$, faar vi altsaa

$$\gamma = 6{,}4\,\lambda.$$

For denne Størrelse har v. Smoluchowski[1] fundet 6,96. E. Gehrcke[2] fandt for et Metalrør 5,70, hvilket kan tyde paa,

[1] M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **46**, p. 110, 1898.
[2] E. Gehrcke, Ann. d. Phys. **2**, p. 113, 1900.

at Metallet ikke har været ganske glat og blankt. For stærkt platinerede Platinplader, hvor $a = 0{,}712$, faar man $\gamma = 1{,}72$, altsaa mindre end $\frac{1}{3}$ af den for den glatte, blanke Flade gældende Værdi. For Ilt og Kulsyre, hvor a for en ret blank Flade er $0{,}84$, faas $\gamma = 1{,}31\,\lambda$. For en absolut ru Flade, hvor $a = 1$, skal man vente

$$\gamma = \tfrac{1}{2} k\lambda = 0{,}95\,\lambda.$$

Man ser, at der her kan være Grund til at tage Hensyn til Temperaturspringet, især naar man benytter en tynd Traad til Bestemmelserne (Schleiermachers Metode) eller naar man benytter parallele Flader med meget ringe Afstand (Stefans Metode, Christiansens Støtte). Er λ lille i Sammenligning med Pladernes Afstand b, finder man $\varkappa$ af Ligningen

$$Q = \varkappa \frac{T_1' - T_2'}{b + 2\gamma} = \varkappa \frac{T_1' - T_2'}{b + \frac{2-a}{a} k\lambda}.$$

Er Pladernes Afstand f. Eks. $\frac{1}{10}$ mm., vilde man ved Atmosfæretryk begaa en Fejl paa $2\frac{1}{2}$ %, hvis man til en Bestemmelse i Brint benytter blanke og glatte Flader uden at tage Hensyn til Temperaturspringet.